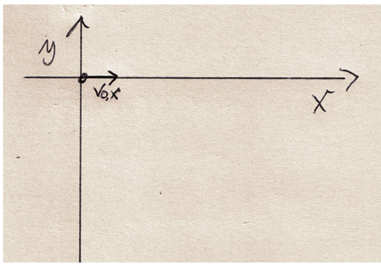
Der waagerechte Wurf (ohne Luftreibung)

Liegt bei einem Wurf eine Anfangsgeschwindigkeit in x-Richtung vor (siehe nebenstehendes Koordinatensystem) spricht man von einem „waagerechten Wurf“. Wir haben den Ursprung des Koordinatensystems wieder in den Anfangsort der Bewegung gelegt. Die y-Achse ist „nach oben“ gerichtet. Die Wirkung der Erdbeschleunigung ist also negativ.



Flugbahn

Im Gegensatz zum senkrechten Wurf müssen wir nun also getrennte Gleichungen für die Bewegung in x und y-Richtung angeben. Das gleiche gilt für die Geschwindigkeit. Aus diesem Grund haben wir unserer Anfangsgeschwindigkeit die umständliche Bezeichnung $v_{0,x}$ (sprich: „v Null in x-Richtung“ oder kurz „v-Null-x“) gegeben.

Diese Gleichungen lauten:

$$\begin{array}{rrcl} \text{Geschwindigkeit:} & v_x(t) & = & v_{0,x} \\ & v_y(t) & = & -g \cdot t \\ \text{Ort:} & x(t) & = & v_{0,x} \cdot t \\ & y(t) & = & -\frac{1}{2} g \cdot t^2 \end{array}$$

Man beachte: in x-Richtung wirkt keine Kraft; deshalb bleibt hier die Anfangsgeschwindigkeit unverändert. Die obigen Gleichungen beschreiben Geschwindigkeit und Ort als Funktion der Zeit. Die „tatsächliche“ Bahnkurve (d.h. die Flugbahn, die tatsächlich beobachtet werden kann) ist eine Funktion $y(x)$! Um sie zu erhalten muss man $x(t)$ nach t auflösen ($t = \frac{x}{v_{0,x}}$) und in $y(t)$ einsetzen. Formt man um findet man:

$$y(x) = -\frac{g}{2v_{0,x}^2} \cdot x^2$$

Diese Kurve ist eine Parabel (d.h. „quadratisch in x“)! Der Ausdruck vor dem „x^2“ sieht zwar kompliziert aus, ist aber für jede konkrete Aufgabe eine Konstante. Wegen des negativen Vorzeichens ist die Parabel übrigens nach unter geöffnet.

Flugdauer und Wurfweite

Wir stellen uns vor, unser waagerechter „Wurf“ ist ein Sprung vom $10m$ Turm. Die Frage nach der Flugdauer ist also die Frage danach, wann $y(t) = -10m$ gilt! Beachte: weil die y-Achse nach oben gerichtet ist (und der Absprung im Ursprung stattfindet) ist die „Höhe“ negativ zu rechnen. Allgemein fragen wir nach der Zeit bei einer Höhe h. Wir müssen also rechnen:

$$\begin{array}{rcl} y(t) & = & -h \\ -\frac{1}{2} g \cdot t^2 & = & -h \end{array}$$

$$\Rightarrow t = \sqrt{\frac{2h}{g}}$$

Dieses Ergebnis sollte uns bekannt vorkommen: es ist die Zeit für einen freien fall aus der Höhe h. Klar, die Bewegungen überlagern sich schließlich – und in y-Richtung findet nichts anderes als ein freier Fall statt! Setzt man dieses Ergebnis in $x(t)$ ein, findet man die **Wurfweite**! $x_w = \sqrt{\frac{2h}{g}} \cdot v_{0,x}$. Etwas hübscher sieht es aus, wenn die Geschwindigkeit unter die Wurzel genommen wird:

$$x_w = \sqrt{\frac{2 \cdot h \cdot v_{0,x}^2}{g}}$$

Übungsaufgabe: Ein Tennisplatz hat (für ein Einzel) die Maße 78 mal 27 Fuß. Das entspricht 23,77 mal 8,23m. Zwischen Netz und Grundlinie liegen also 11,9m. Das Netz hat in der Mitte eine Höhe von 0,914m (=3ft). Wie Schnell muss ein Ball geschlagen werden, damit er „gerade“ das Netz überquert und auf der gegnerischen Seite genau auf der Grundlinie aufschlägt?

Lösung: Gemeint ist offensichtlich, dass der Ball einen waagrechten „Wurf“ (besser: „Schlag“) über die Netzkante vollführt – seine Anfangsgeschwindigkeit ist also entlang der x-Achse gerichtet. Für einen freien Fall aus 0,914m braucht der Ball $t = \sqrt{\frac{2h}{g}} = \sqrt{\frac{1{,}83m}{9{,}81m/s^2}} = 0,43s$. In dieser Zeit soll er 11,9m fliegen! dazu braucht er die Geschwindigkeit $v = \frac{11{,}9m}{0{,}43s} = 27,6m/s \approx 100km/h$.

Man kann allerdings auch mit der „x_w-Formel“ rechnen: nach $v_{0,x}$ aufgelöst ergibt diese: $v_{0,x} = \sqrt{\frac{x_w^2 g}{2h}}$. Einsetzen führ auf das selbe Resultat von 100km/h

Erstaunlich, ein einfacher Schlag auf die gegnerische Grundlinie der gerade das Netz quert hat eine solche Geschwindigkeit!