

Probeklausur Mathematik 2006 (Bereich: Vektorrechnung/analytische Geometrie)

Aufgabenstellung:

In einem Koordinatensystem beschreibt die x_1 - x_2 -Ebene eine ebene Landschaft, in der ein Flughafen liegt. Im Folgenden werden die Flugbewegungen vereinfacht dargestellt. Unmittelbar nach dem Abheben des Flugzeuges F_1 im Punkt $P(-10|-14|0)$ von der Startbahn geht das Flugzeug in eine geradlinige Flugbahn g über:

$$g: \vec{x} = \begin{pmatrix} -10 \\ -14 \\ 0 \end{pmatrix} + t \cdot \begin{pmatrix} 3 \\ 4 \\ 0,5 \end{pmatrix} \text{ mit } 0 \leq t \leq 20.$$

Ein zweites Flugzeug F_2 bewegt sich längs der Geraden h mit

$$h: \vec{x} = \begin{pmatrix} 0 \\ 16 \\ 4 \end{pmatrix} + s \cdot \begin{pmatrix} 4 \\ -3 \\ 0 \end{pmatrix}.$$

Die Längeneinheit beträgt 1 km, t und s geben jeweils die Anzahl der Minuten an, die seit dem Start von F_1 vergangen sind.

- Geben Sie an, in welchen Punkten sich die Flugzeuge F_1 und F_2 drei Minuten nach dem Start von F_1 befinden. Berechnen Sie, welchen Abstand die Flugzeuge zu diesem Zeitpunkt haben. (7 P)
- Das Flugzeug F_1 überfliegt den Gipfel $Q(2|2|1)$ eines nahe gelegenen Berges. Berechnen Sie, nach wie vielen Minuten die Bergspitze überflogen wird, und ermitteln Sie für diesen Zeitpunkt den Abstand zwischen der Bergspitze und dem Flugzeug. (10 P)
- Die Unterseite einer Wolkenformation verläuft annähernd längs der Ebene

$$E: \vec{x} = \begin{pmatrix} 42 \\ -20 \\ 0 \end{pmatrix} + k \begin{pmatrix} -1 \\ 0 \\ 2 \end{pmatrix} + m \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \\ 0 \end{pmatrix},$$

wobei für die Parameter wegen der räumlichen Ausdehnung der Wolkenfront gilt:
 $2 \leq k \leq 3$; $0 \leq m \leq 4$

Prüfen Sie, ob die Unterseite der Wolkenfront von F_2 durchflogen wird. (11 P)

- Weisen Sie nach, dass sich die Flugbahnen von F_1 und F_2 nicht schneiden. (10 P)
- Sollte F_2 genau 1 km tiefer fliegen, schneiden sich die Flugbahnen von F_1 und F_2 im Punkt $S(8|10|3)$.
Prüfen Sie, ob es dann zu einer Kollision der beiden Flugzeuge kommt. (12 P)

Allgemeine Hinweise zur Darstellung der Lösungen:

Bei der Darstellung der Lösungen müssen für alle Teilaufgaben grundsätzlich der Lösungsansatz (je nach Aufgabenstellung die Sachaussage und/oder die mathematische Formel) notiert und die Wahl begründet werden. Darüber hinaus sind wesentliche Entscheidungen bei der Aufgabenlösung zu erläutern bzw. zu begründen und wesentliche Rechenschritte zu dokumentieren. Die ausschließliche Angabe des richtigen Rechenergebnisses einer Teilaufgabe führt nicht zu Bewertungspunkten.

zugelassene Hilfsmittel:

- wissenschaftlicher Taschenrechner (ohne oder mit Grafikfähigkeit)
- mathematische Formelsammlung
- Deutsches Wörterbuch