Symmetrie und Symmetriebrechung

Oliver Passon

4. September 2006

Inhaltsverzeichnis

1 Symmetrieklassen

Symmetrie ist das Zauberwort der (Elemetarteilchen-)Physik. Man versteht darunter die Invarianz eines physikalischen Systems (respektive seiner mathematischen Repräsentation...) unter der Anwendung bestimmter Transformationen ("Elemente der Symmetriegruppe"). Man kann unterscheinen zwischen:

- **kontinuierliche Symmetrie**: hier ist die Veränderung die das System unverändert lässt eine kontinuierliche Operation. Das Standardbeispiel ist die Rotation einer Systems um beliebige Winkel. Ihre mathemstische Beschreibung führt unmittelbar auf Lie-gruppen (das heißt Gruppen, die differenzierbar von einem kontinuierlichen Parameter abhängen). Dies liegt daran, daß unter der Verknüfpung "hintereinander ausführen" solche Symmetrieoperationen natürlicherweise eine Gruppenstruktur besitzen.

- **diskrete Symmetrie**: im Gegensatz dazu hängt die Symmetrieoperation hier von einem *diskreten* Parameter ab. Man denke etwa an Deckabbildungen geometrischer Figuren, oder die Paritätstransformation (=Umkehrung aller Raumrichtungen, entspricht dem Vertauschen von Links und Rechts!).

- **globaler Symmetrie**: Im Prinzip unabhängig von der Unterteilung in diskrete und kontinuierliche Symmetrien kann man sich fragen, ob auf alle Punkte des entsprechenden Raumes die *selbe* Symmetrieoperation angewendet wird, oder on diese Funktion von Ort (und Zeit) sind. Im ersten Fall spricht man von einer globalen Symmetrie. Alle obigen Beispiel für kontinuierliche bzw. diskrete Symmetrien fallen in diese Klasse. Ebenfalls ist die Invarianz unter Lorentztransformationen in der speziellen Relativitätstheorie ein Beispiel hierfür.

- **lokaler Symmetrie**: Diese Klasse ist im Zusammenhang mit Eichinvarianz bereits ausführlich diskutiert worden. Die Symmetrieoperationen sind hier Funktionen von Raum und Zeit. Das eine solche Symmetrie überhaupt erfüllt sein kann ist eine erstaunliche Tatsache. Lokale Symmetrien könne im übrigen nur für kontinuierliche Symmetrie erfüllt sein, wie man sich leicht plausibel machen kann.

1.1 Symmetriebrechung

Ebensowichtig ist das Phänomen der "Symmetriebrechung". Hier lassen sich zwei Fälle unterscheiden:

- **explizite Symmetriebrechung**: Terme in der Lagrangedichte verletzen die Symmetrie, und im Falle ihrer Abwesenheit wäre die Symmetrie exakt. Beispiel: $\mathrm{SU}(2)_{\mathrm{Flavour}}$-Symmetrie, die im Falle von exakter Massengleichheit von up- und down-Quark existieren würde. Man spricht, daß diese Symmetrie von der Massendifferenz $(m_u - m_d)$ gebrochen ist. Da diese Massendifferenz gering ist[1], bleibt diese Symmetrie (Isospin) ein sinnvolles Konzept.

- **spontane (bzw. dynamische) Symmetriebrechung**: Hier weist die Lagrangedichte zwar die Symmetrie auf, die Auswahl eines Potentialminimums ('Vakuumserwartungswert') für die Formulierung einer Störungstheorie bedeutet jedoch, daß diese Symmetrie verborgen ist. Mit anderen Worten besitzt hier der Grundzustand weniger Symmetrie als der Lagrangian. Das Lehrbuchbeispiel ist die spontane Magnetisierung eines Ferromagneten unterhalb der Curietemperatur. Das Higgspotential besitzt ebenfalls diese Eigenschaft.

Die Wirkung einer spontanen Symmetriebrechung hängt davon ab, ob die Symmetrie *lokal* oder *global* ist . Nach Goldstone (1961) tritt im Falle einer (spontan) gebrochenen **globalen** Symmetrie ein masseloses Boson auf ("Goldstone-boson"). Im Falle einer spontan gebrochenen **lokalen** Symmetrie (die, wie im vorherigen Kapitel diskutiert die Existenz eines Eichfeldes voraussetzt) wird dem Eichfeld ein zusäztlicher Spinfreiheitsgrad gegeben, was als Aufreten *massiver* Eichbosonen gedeutet werden kann. Das letztere ist die Essenz des Higgs-Mechanismus.

Die Unterscheidung zwischen globalen- und lokalen Symmetrien ist natürlich noch an anderen Stellen zentral: Es scheint mir eine der tiefsten Erkentnisse der Physik, daß **alle** Wechselwirkungen durch die Forderung lokaler Symmetrie erklärt werden können. Im Falle der Starken– und Elektroschwachen Kraft sind es eben die Eichsymmetrien in *inneren* Ladungsräumen, und im falle der Gravitation bzgl. der *ässeren* Raumzeitstruktur selbst. Auf diesem konzeptionellen Niveau ist also eine Art von großer Vereinheitlichung schon erreicht worden!

[1] im Vergleich zur relevanten Energieskala $\Lambda_{QCD} \approx 200$ MeV

2 Chirale Symmetrie

Eines der zentralen experimentellen Befunde der Elemtarteilchenphysik ist die Paritätsverletzung der schwachen Wechselwirkung. Im Standardmodell wird diesem Umstand durch die sog. (V-A)–Kopplung [2] Rechnung getragen. Durch diesen Kunstgriff nehmen nur "linkshändige" Fermionen an der schwachen Wechselwirkung teil. Ein Diracspinor kann mit Hilfe der Projektionsoperatoren $P_{\pm} = \frac{1}{2}(1 \pm \gamma_5)$ in die Anteile negativer- und positiver Helizität (bzw. linker- und rechter Händigkeit) zerlegt werden:

$$\psi = \frac{(1-\gamma_5)}{2}\psi + \frac{(1+\gamma_5)}{2}\psi \equiv \psi_L + \psi_R$$

Dabei ist die γ_5 Matrix bei Wahl der "Standardbasis" gegeben durch:

$$\gamma_5 = \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}$$

Aber auch an anderen Stellen ist die Unterscheidung von links- und rechtshändigen Anteilen sinnvoll. Man definiert [**?**, **?**]:

> Eine Symmetrietransformation, die auf links- und rechtshändige Anteile unterschiedlich wirkt heißt **chiral**

2.1 Chirale U(1) Symmetrie

Als Beispiel betrachten wir die Lagrangedichte für masselose Teilchen: $\bar{\psi} i \gamma_\mu \partial^\mu \psi$. Sie ist nicht nur unter globaler U(1) Transformationen:

$$\psi \to \psi' = \psi \cdot \exp(-i\alpha) \tag{1}$$

invariant, sondern auch unter der folgenden (ebenfalls globalen) Symmetrieoperation:

$$\psi \to \psi' = \psi \cdot \exp(-i\theta\gamma_5) \tag{2}$$

(bzw. infinitesimal : $\psi' = (1 - i\eta\gamma_5)\psi$) Betrachten wir die Wirkung auf die links- und rechtshändigen Anteile getrennt. Im Falle einer infinitesimalen U(1) Transformation ($\psi' = \psi + \delta\psi$) gilt:

$$\delta\psi_R = -i\epsilon\psi_R$$
$$\delta\psi_L = -i\epsilon\psi_L$$

Für die Transformation aus Gleichung (2) gilt jedoch:

$$\delta\psi_R = -i\eta\psi_R$$
$$\delta\psi_L = +i\eta\psi_L$$

Aufgrund der unterschiedlichen Wirkung auf ψ_R und ψ_L handelt es sich im Sinne der obigen Definition also um eine chirale Symmetrie. Diese Symmetrie, die links- und rechtshändige Anteile verschieden transformiert, setzt offensichtlich voraus, daß in der Lagrangedichte links- und rechtshändige Anteile entkoppelt sind. Massenterme in der Lagrangedichte mischen diese Anteile jedoch, sodaß sie die chirale Symmetrie explizit brechen.

[2]Vektor-Axialvektor Kopplung

2.2 Chirale Flavoursymmetrie

Tatsächlich kann man nicht nur die U(1)-Symmetrie zu einer chiralen modifizieren (Gleichung (2)), sondern ebensogut die $SU(2)_{\text{Flavour}}$. Dadurch wird man auf das wichtige Beispiel der chiralen Flavoursymmetrie geführt. Hierzu wird die SU(2) Operation ebenfalls durch einen Faktor γ_5 modifiziert. Bei Vernachlässigung der Quarkmassen entkoppeln die Anteile verschiedener Chiralität in der QCD Lagrangedichte für zwei Flavour, und weisen diese Symmetrie auf. [?] spricht hier von der $U(2)_L \otimes U(2)_R$ Symmetrie, die auf den Raum der Vektoren vom Typ $\binom{u}{d}$ wirkt. In der QCD ist diese Symmetrie offensichtlich explizit gebrochen ($m_u, m_d \neq 0$), allerdings ist die Masse von up- und down-Quark gering, und *näherungsweise* sollte sie ebenso gültig sein wie die Isospininvarianz. Die Existenz von (globalen) Symmetrien drückt sich bekanntlich durch Erhaltungsgrößen aus. Im Falle der globalen U(1) Symmetrie im QCD Fall folgt die Baryonenzahlerhaltung (im QED-Fall Ladungserhaltung, im "einfachen" (d.h. nicht chiralen) $SU(2)_{\text{Flavour}}$ Fall die Isospinerhaltung, usf.). Welche Konsequenz hat die chirale Flavoursymmetrie? Man kann zeigen [?], daß als Folge massengleiche Baryonen *entgegengesetzter* Parität existieren. Da die Symmetrie explizit gebrochen ist , sollte die Massenentartung zwar ebenfalls nur näherungsweise gelten, tatsächlich beobachtet man aber *keinen* Hinweis auf diesen Effekt! Das absolute Fehlen dieser Teilchen wird vielmehr so gedeutet, daß die chirale Flavoursymmetrie *auch* spontan gebrochen ist[3]. Als Folge davon müssen sich jedoch Goldstone Bosonen [4] einstellen. Die Pionen werden nun als diese Goldstone Bosonen interpretiert, und der ganze Mechanismus als Erklärung für ihre geringe Masse aufgefasst. Erweitert man das Konzept auf u, d und s-Quarks (chirale $SU(3)_{\text{Flavour}}$) ist die explizite Symmetriebrechung noch manifester. Dadurch erklärt sich der Umstand, daß die Kaonen mit ihren ≈ 500 MeV noch massiver sind als die Pionen.

Als "Chirale Symmetrien" bezeichnet man also Transformationen, die Anteile verschiedener Chiralität unterschiedlich behandeln. Ihre Existenz setzt das Fehlen von Massentermen in der Lagrangedichte voraus, sodaß sich gelegentlich die Sprechweise "chirale Theorie" für "Theorie unter Vernachlässigung aller Massen" antreffen lässt [5].

Die chirale Flavoursymmetrie ist nur ein (wenn auch wichtiges) Beispiel. Darüber hinaus wird man zu dem Mißverständniss eingeladen, daß flavour- und chirale-flavour Symmetrie das Selbe sind. Erstere wird jedoch durch die *Massendifferenz* zwischen Quarks (explizit) gebrochen, letztere hingegen durch die *endlichen Massen* aller Quarks. Die letzte ist zudem spontan gebrochen, wohingegen die "einfache" Flavoursymmetrie für die leichten Quarks näherungsweise gültig ist (Stichwort: Teilchenmultipletts).

Die Bedeutung der "chiralen Störungstheorie" (d.h. die Behandlung der endlichen Quarkmassen als Störung der chiralen Symmetrie) liegt darin, analytische Vorhersagen auf der "confinement scale" zuzulassen, also dort, wo die perturbatibe QCD nicht mehr anwendbar ist. In diesem Energiebereich (≈ 200 MeV) sind die relevanten Freiheitsgrade Baryonen (N, Σ , Λ etc.) und die Goldstone Bosonen (π, η und K) [?]. Vorhersagen dieses Ansatzes betreffen etwa niederenergetische Steuprozesse und Hadronmassen. Allerding schreiben [?]:

[3] Der genaue Mechanismus dieser Symmetriebrechung ist jedoch noch unverstanden

[4] für jeden Generator der Symmerie Eins, also 3 Goldstne Bosonen im SU(2) Fall!

[5] bzw. die Formulierung $m \to 0$ "chiraler Limes"

The price that must be paid for dealing with an effective, nonrenormalizable theory is the appearance of a number of unknown low energy constants, wich must be determined experimentally.