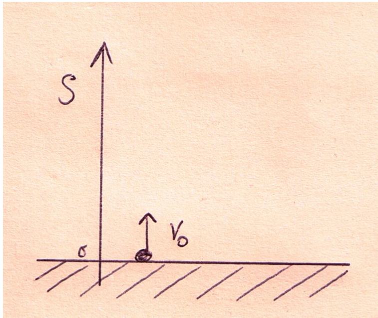
Der senkrechte Wurf (ohne Luftreibung)



„Wurf“ und „freier Fall“ sind physikalisch betrachtet praktisch identisch. Der einzige Unterschied liegt darin, dass beim Wurf eine Anfangsgeschwindigkeit vorliegt. Diese überlagert sich mit der Erdbeschleunigung (bzw. genauer: überlagert sich mit der *Geschwindigkeit in Folge* der Erdbeschlenigung). Beim senkrechten Wurf ist diese Anfangsgeschwindigkeit „nach oben“ bzw. „nach unten“ gerichtet.
Für die mathematische Behandlung müssen wir zuerst ein Koordinatensystem einführen. Da die Bewegung nur in eine Richtung stattfindet (Fachausdruck: „eindimensionale Bewegung“) reicht ein „Koordinatensystem“ mit nur einer Achse entlang der Bewegungsrichtung.

Wichtig ist ihre Orientierung: der Pfeil nach oben oder unten entscheidet darüber, in welche Richtung man den Ort positiv oder negativ zählt[1]. Unsere Achse (siehe Abb.) ist nach oben orientiert – deshalb wirkt die Erdbeschleunigung „negativ“. Die „Anfangsgeschwindigkeit“ bezeichnen wir mit v_0 (der Index „0“ bezeichnet die Anfangszeit; statt v_0 könnte man auch $v(0)$ – sprich: „v von Null“ – schreiben). Die Geschwindigkeit als Funktion der Zeit lautet dann:

$$v(t) = v_0 - gt$$

Der entscheidende Punkt: die Geschwindigkeiten überlagern sich! Ohne die Erdbeschleunigung würde sich der geworfene Körper mit der Geschwindigkeit v_0 geradlinig gleichförmig bewegen. Die Erdbeschleunigung bewirkt natürlich eine gleichmäßig beschleunigte Bewegung (in die Gegenrichtung; deshalb das Minuszeichen). Dem zu Folge ist die Ortsfunktion ebenfalls eine Überlagerung dieser beiden Bewegungsformen:

$$s(t) = v_0 t - \frac{1}{2} g t^2$$

Wurfzeit und Wurfhöhe

Wie Lange dauert der Wurf? Dies ist die Frage danach, für welche Zeit die Funktion $s(t)$ eine Nullstelle hat!

$$\begin{aligned} s(t) &= 0 \\ v_0 t - \frac{1}{2} g t^2 &= 0 \\ t \cdot \left(v_0 - \frac{1}{2} g t \right) &= 0 \\ \Rightarrow t = \frac{2 v_0}{g} & \end{aligned}$$

Wir finden 2 Nullstellen (bei einer quadratischen Funktion auch nicht wirklich verblüffend...): eine bei $t = 0$, die andere bei $T = \frac{2v_0}{g}$. Für diesen Wert ist die Klammer nämlich 0. Wie hoch steigt ein so geworfener Körper? Er steigt die halbe Zeit, also $T/2 = \frac{v_0}{g}$. Es gilt:

$$\begin{aligned} s(v_0/g) &= v_0 \cdot \frac{v_0}{g} - \frac{1}{2} g \left(\frac{v_0}{g} \right)^2 \\ &= \frac{v_0^2}{g} - \frac{v_0^2}{2g} \\ &= \frac{v_0^2}{2g} \end{aligned}$$

[1] Zudem liegt der „Ursprung“ des Koordinatensystems an den Anfansgsort der Bewegung

Die maximale Höhe s_{max} berechnet sich also als $s_{max} = \frac{v_0^2}{2g}$.

Übungsaufgabe: Ein Ball wird mit $5\frac{m}{s}$ nach oben geworfen. Wie hoch steigt er und wann erreicht er wieder den Boden? Zeichne das $s-t$ und $v-t$ Diagramm der Bewegung!

Lösung: $s_{max} = \frac{v_0^2}{2g} = \frac{25m^2/s^2}{20m/s^2} = 1,25m$. (Wir haben mit $g \approx 10m/s^2$ gerechnet). Nach $T = \frac{2v_0}{g} \approx 1s$ ist der geworfene Körper wieder am Boden.

Die Abbildung zeigt die Geschwindigkeit und den Ort als Funktion der Zeit (x-Achse). Diese beiden Funktionen sind in das gleiche Koordinatensystem eingetragen worden! Man erkennt den linearen Rückgang der Geschwindigkeit und die Parabelform des $s-t$ Diagramms. Am höchsten Punkt des Wurfes ist die Geschwindigkeit übrigens Null! Nach $t \approx 1s$ ist der Wurf „vorbei“ (bzw. s=0). Die Geschwindigkeit hat dann den Wert $v = -5\frac{m}{s}$. Der Körper hat am Ende also die „gleiche“ Geschwindigkeit wie zuvor – nur die Richtung hat sich umgekehrt.