Die gegenwärtige Situation in der Quantenmechanik.

Von E. SCHRÖDINGER, Oxford.

(Schluß[1].)

Inhaltsübersicht.

§ 11. Die Aufhebung der „Verschränkung". Das Ergebnis abhängig vom Willen des Experimentators.

Wir kehren wieder zum allgemeinen Fall der „Verschränkung" zurück, ohne gerade den besonderen Fall eines Meßvorgangs im Auge zu haben, wie soeben. Die Erwartungskataloge zweier Körper A und B sollen sich durch vorübergehende Wechselwirkung verschränkt haben. Jetzt sollen die Körper wieder getrennt sein. Dann kann ich einen davon, etwa B, hernehmen und meine untermaximal gewordene Kenntnis von ihm durch Messungen sukzessive zu einer maximalen ergänzen. Ich behaupte: sobald mir das zum erstenmal gelingt, und nicht eher, wird erstens die Verschränkung gerade gelöst sein und werde ich zweitens durch die Messungen an B unter Ausnützung der Konditionalsätze, die bestanden, maximale Kenntnis auch von A erworben haben.

Denn erstens bleibt die Kenntnis vom Gesamtsystem immer maximal, weil sie durch gute und genaue Messungen keinesfalls verdorben wird. Zweitens: Konditionalsätze von der Form „wenn an A . . . . . , dann an B . . . . .", kann es nicht mehr geben, sobald wir von B einen Maximalkatalog erlangt haben. Denn der ist *nicht* bedingt und zu ihm kann überhaupt nichts auf B Bezügliches mehr hinzutreten. Drittens: Konditionalsätze in umgekehrter Richtung („wenn an B . . . . . , dann an A . . . . .") lassen sich in Sätze über A allein umwandeln, weil ja alle Wahrscheinlichkeiten für B schon bedingungslos bekannt sind. Die Verschränkung ist also restlos beseitigt, und da die Kenntnis vom Gesamtsystem maximal geblieben ist, kann sie nur darin bestehen, daß zum Maximalkatalog für B ein ebensolcher für A hinzutritt.

Es kann aber auch nicht etwa vorkommen, daß A indirekt, durch die Messungen an B, schon maximal bekannt wird, bevor B es noch ist. Denn dann funktionieren alle Schlüsse in umgekehrter Richtung, d. h. B ist es auch. Die Systeme werden gleichzeitig maximal bekannt, wie behauptet. Nebenbei bemerkt, würde das auch gelten, wenn man das Messen nicht gerade auf eines der beiden Systeme beschränkt. Aber das Interessante ist gerade, daß man es auf eines der beiden beschränken *kann;* daß man damit ans Ziel kommt.

Welche Messungen an B und in welcher Reihenfolge sie vorgenommen werden, ist ganz der Willkür des Experimentators anheimgestellt. Er braucht nicht besondere Variable auszuwählen, um die Konditionalsätze ausnützen zu können. Er darf sich ruhig einen Plan machen, der ihn zu maximaler Kenntnis von B führen würde, auch wenn er über B gar nichts wüßte. Es kann auch nichts schaden, wenn er diesen Plan zu Ende führt. Wenn er sich nach jeder Messung überlegt, ob er etwa schon am Ziel ist, so nur, um sich weitere überflüssige Arbeit zu ersparen.

Welcher A-Katalog sich solchermaßen indirekt ergibt, hängt selbstverständlich von den Maßzahlen ab, die an B auftreten (bevor die Verschränkung ganz gelöst ist; von den späteren, falls überflüssigerweise weitergemessen wird, nicht mehr). Gesetzt nun, ich hätte in einem bestimmten Fall auf solche Art einen A-Katalog erschlossen. Dann kann ich nachdenken und mir überlegen, ob ich vielleicht einen *anderen* gefunden haben würde, wenn ich einen *anderen* Meßplan an B ins Werk gesetzt hätte. Weil ich aber doch das System A weder wirklich berührt habe noch in dem gedachten anderen Fall berührt haben würde, so müssen die Aussagen des anderen Kataloges, welche es nun auch sein mögen, alle *auch* richtig sein. Sie müssen also ganz in dem ersten enthalten sein, da der erste maximal ist. Das würde der zweite aber auch sein. Also muß er mit dem ersten identisch sein.

Seltsamerweise genügt die mathematische Struktur der Theorie dieser Forderung keineswegs automatisch. Ja noch mehr, es lassen sich Beispiele konstruieren, wo die Forderung notwendigerweise verletzt wird. Zwar kann man bei jedem Versuch nur *eine* Anordnung der Messungen (immer an B!) wirklich ausführen, denn sobald das geschehen ist, ist die Verschränkung gelöst und man erfährt durch weitere Messungen an B nichts mehr über A. Aber es gibt Fälle von Verschränkung, in welchen für die Messungen an B *zwei bestimmte Programme* angebbar sind, deren jedes 1. zur Auflösung der Verschränkung führen muß, 2. zu einem A-Katalog führen muß, zu dem das *andere* überhaupt nicht führen *kann* — welche Maßzahlen auch immer sich im einen oder im anderen Falle einstellen mögen. Es steht nämlich einfach so, daß die *zwei Reihen* von A-Katalogen, die sich bei dem einen oder bei dem anderen Programm überhaupt einstellen können, reinlich getrennt sind und kein einziges Mitglied gemein haben.

Das sind besonders zugespitzte Fälle, in denen der Schluß so offen zutage liegt. Im allgemeinen muß man genauer überlegen. Wenn zwei Programme für die Messungen an B vorgelegt sind und die zwei Reihen von A-Katalogen, zu denen sie führen können, dann genügt es keineswegs, daß die zwei Reihen ein oder einige Mitglieder gemein haben, um sagen zu dürfen: na, dann wird also wohl immer eines von diesen sich einstellen —

[1] Vgl. Heft 48, S. 807ff. und Heft 49, S. 823ff.

und so die Forderung als „vermutlich erfüllt" hinzustellen. Das genügt nicht. Denn *man kennt ja* die Wahrscheinlichkeit jeder Messung an B, als Messung am Gesamtsystem betrachtet, und bei vielen ab-ovo-Wiederholungen muß jede mit der ihr zugedachten Häufigkeit sich einstellen. Die zwei Reihen von A-Katalogen müßten also, Mitglied für Mitglied, übereinstimmen und überdies müßten die Wahrscheinlichkeiten in jeder Reihe dieselben sein. Und das nicht bloß für diese zwei Programme, sondern für jedes der unendlich vielen, die man ausdenken kann. Davon ist nun nicht im entferntesten die Rede. Die Forderung, daß der A-Katalog, den man erhält, immer derselbe sein sollte, durch welche Messungen an B man ihn auch zutage fördert, diese Forderung ist ganz und gar niemals erfüllt.

Wir wollen jetzt ein einfaches „zugespitztes" Beispiel besprechen.

§ 12. *Ein Beispiel*[1].

Der Einfachheit halber betrachten wir zwei Systeme mit nur je *einem* Freiheitsgrad. D. h., jedes von ihnen soll durch *eine* Koordinate q und einen dazu kanonisch konjugierten Impuls p charakterisiert sein. Das klassische Bild wäre ein Massenpunkt, der nur auf einer Geraden beweglich ist, so wie die Kugeln jener Spielzeuge, an denen kleine Kinder das Rechnen lernen. p ist das Produkt Masse mal Geschwindigkeit. Für das zweite System bezeichnen wir die zwei Bestimmungsstücke mit großem Q und P. Ob die zwei auf „denselben Draht aufgefädelt" sind, davon werden wir in unserer abstrakten Überlegung gar nicht zu reden haben. Aber wenn sie es auch sind, so kann es deshalb doch bequem sein, q und Q nicht vom selben Fixpunkt an zu rechnen. Die Gleichheit $q = Q$ braucht darum nicht Koinzidenz zu bedeuten. Die zwei Systeme können trotzdem ganz getrennt sein.

In der zitierten Arbeit ist gezeigt, daß zwischen diesen zwei Systemen eine Verschränkung bestehen kann, die *in einem bestimmten Augenblick, auf den sich alles Folgende bezieht,* kurz durch die beiden Gleichungen

$$q = Q \quad \text{und} \quad p = -P$$

bezeichnet wird. Das heißt: *ich weiß, wenn* eine Messung von q am ersten System einen gewissen Wert ergibt, wird eine sogleich darauf ausgeführte Q-Messung am zweiten *denselben* Wert geben und vice versa; *und ich weiß,* wenn eine p-Messung am ersten System einen gewissen Wert ergibt, so wird eine sogleich darauf ausgeführte P-Messung den entgegengesetzten Wert geben und vice versa.

Eine *einzige* Messung von q *oder* p *oder* Q *oder* P hebt die Verschränkung auf und macht *beide* Systeme maximal bekannt. Eine zweite Messung an demselben System modifiziert nurmehr die Aussage über *es,* lehrt nichts mehr über das andere. Man kann also nicht beide Gleichheiten in einem Versuch prüfen. Aber man kann den Versuch tausendmal ab ovo wiederholen; immer wieder dieselbe Verschränkung herstellen; je nach Laune die eine oder die andere Gleichheit prüfen; die man jeweils zu prüfen geruht, bestätigt finden. Wir setzen voraus, daß das geschehen ist.

Wenn man dann beim tausendundersten Versuch Lust bekommt, auf weitere Prüfungen zu verzichten und statt dessen am ersten System q und am zweiten P zu messen, und man findet

$$q = 4\,; \quad P = 7\,;$$

kann man dann zweifeln, daß

$$q = 4\,; \quad p = -7$$

eine richtige Voraussage für das erste System gewesen sein würde, oder

$$Q = 4\,; \quad P = 7$$

eine richtige Voraussage für das zweite? Nicht vollinhaltlich im Einzelversuch prüfbar, das sind Quantenvoraussagen ja nie, aber richtig, weil, wer sie besessen hätte, keiner Enttäuschung ausgesetzt war, welche Hälfte er auch zu prüfen beschloß.

Man kann daran nicht zweifeln. Jede Messung ist an ihrem System die erste. Direkt beeinflussen können einander Messungen an getrennten Systemen nicht, das wäre Magie. Zufallszahlen können es auch nicht sein, wenn aus tausend Versuchen feststeht, daß Jungfernmessungen koinzidieren.

Der Voraussagenkatalog $q = 4$, $p = -7$ wäre natürlich hypermaximal.

§ 13. *Fortsetzung des Beispiels: alle möglichen Messungen sind eindeutig verschränkt.*

Nun ist eine *Voraussage* in diesem Umfang nach den Lehren der Q.M., die wir hier bis in ihre letzten Konsequenzen verfolgen, auch gar nicht möglich. Viele meiner Freunde halten sich dadurch beruhigt und erklären: was ein System dem Experimentator geantwortet *haben würde, wenn . . .,* — hat nichts mit einer wirklichen Messung zu tun und geht uns daher von unserem erkenntnistheoretischen Standpunkt aus nichts an.

Aber machen wir uns die Sache noch einmal ganz klar. Konzentrieren wir die Aufmerksamkeit auf das durch die kleinen Buchstaben p, q bezeichnete System, nennen wir es kurz das „kleine". Die Sache steht doch so. Ich kann dem kleinen System, durch direkte Messung an ihm, *eine* von zwei Fragen vorlegen, entweder die nach q oder die nach p. Bevor ich das tue, kann ich mir, wenn ich will, durch eine Messung an dem völlig abgetrennten anderen System (das wir als Hilfsapparat auffassen wollen) die Antwort auf *eine* dieser Fragen verschafft haben, oder ich kann die Absicht haben, das nachher zu besorgen. Mein kleines System, wie ein Schüler in der Prüfung, *kann unmöglich wissen,* ob ich das getan habe und für welche Frage, oder ob und für welche ich es

[1] A. EINSTEIN, B. PODOLSKY u. N. ROSEN, Physic. Rev. **47**, 777 (1935). Das Erscheinen dieser Arbeit gab den Anstoß zu dem vorliegenden — soll ich sagen Referat oder Generalbeichte?

nachher beabsichtige. Aus beliebig vielen Vorversuchen weiß ich, daß der Schüler die erste Frage, die ich ihm vorlege, stets richtig beantwortet. Daraus folgt, daß er in jedem Falle die Antwort auf *beide* Fragen *weiß*. Daß das Antworten auf die erste Frage, die mir zu stellen beliebt, den Schüler dergestalt ermüdet oder verwirrt, daß seine weiteren Antworten nichts wert sind, ändert an dieser Feststellung gar nichts. Kein Gymnasialdirektor würde, wenn diese Situation sich bei Tausenden von Schülern gleicher Provenienz wiederholt, anders urteilen, so sehr er sich auch wundern würde, *was* alle Schüler nach der Beantwortung der ersten Frage so blöd oder renitent macht. Er würde nicht auf den Gedanken kommen, daß sein, des Lehrers, Nachschlagen in einem Hilfsbuch dem Schüler die richtige Antwort erst eingibt, oder gar daß in den Fällen, wo es dem Lehrer beliebt, erst nach erfolgter Schülerantwort nachzuschlagen, die Schülerantwort den Text des Notizbuches zu des Schülers Gunsten abgeändert hat.

Mein kleines System hält also auf die q-Frage und auf die p-Frage je eine ganz bestimmte Antwort bereit für den Fall, daß die betreffende die erste ist, die man ihm direkt stellt. An dieser Bereitschaft kann sich kein Tüttelchen dadurch ändern, daß ich etwa am Hilfssystem das Q messe (im Bilde: daß der Lehrer in seinem Notizbuch eine der Fragen nachschlägt und dabei allerdings *die* Seite, wo die andere Antwort steht, durch einen Tintenklex verdirbt). Der Quantenmechaniker behauptet, daß nach einer Q-Messung am Hilfssystem meinem kleinen System eine ψ-Funktion zukommt, in welcher „q völlig scharf, p aber völlig unbestimmt ist". Und doch hat sich, wie schon gesagt, kein Tüttelchen daran geändert, daß mein kleines System auch auf die p-Frage eine ganz bestimmte Antwort bereit hat, und zwar dieselbe wie früher.

Die Sache ist aber noch viel schlimmer. Nicht nur auf die q-Frage und auf die p-Frage hat mein kluger Schüler je eine ganz bestimmte Antwort bereit, sondern noch auf tausend andere, und zwar ohne daß ich die Mnemotechnik, mit der ihm das gelingt, im geringsten durchschauen kann. p und q sind nicht die einzigen Variablen, die ich messen kann. Irgendeiner Kombination von ihnen zum Beispiel

$$p^2 + q^2$$

entspricht nach der Auffassung der Q.M. auch eine ganz bestimmte Messung. Es zeigt sich nun[1], daß auch für diese die Antwort durch eine Messung am Hilfssystem auszumachen ist, nämlich durch die Messung von $P^2 + Q^2$, und zwar sind die Antworten geradezu gleich. Nach allgemeinen Regeln der Q.M. kann für diese Quadratsumme nur ein Wert aus der Reihe

$$h, \quad 3h, \quad 5h, \quad 7h, \quad \ldots\ldots$$

herauskommen. Die Antwort, die mein kleines System auf die (p^2+q^2)-Frage bereit hat (für den Fall, daß dies die erste sein sollte, die an es herantritt), muß eine Zahl aus dieser Reihe sein. — Ganz genau so steht es mit der Messung von

$$p^2 + a^2 q^2,$$

wobei a eine beliebige positive Konstante sein soll. In diesem Fall muß nach der Q.M. die Antwort eine Zahl aus der folgenden Reihe sein:

$$ah, \quad 3ah, \quad 5ah, \quad 7ah, \quad \ldots\ldots$$

Für jeden Zahlwert von a erhält man eine neue Frage, auf jede hält mein kleines System eine Antwort aus der (mit dem betreffenden a gebildeten) Reihe bereit.

Das Erstaunlichste ist nun: diese Antworten können untereinander unmöglich in dem durch die Formeln gegebenen Zusammenhang stehen! Denn sei q' die Antwort, die für die q-Frage, p' die Antwort, die für die p-Frage bereit gehalten wird, dann kann unmöglich

$$\frac{p'^2 + a^2 q'^2}{ah} = \text{einer ungeraden ganzen Zahl}$$

sein für bestimmte Zahlwerte q' und p' und für *jede beliebige positive Zahl a*. Das ist nicht etwa nur ein Operieren mit gedachten Zahlen, die man nicht wirklich ermitteln kann. Zwei von den Maßzahlen kann man sich ja verschaffen, z. B. q' und p', die eine durch direkte, die andere durch indirekte Messung. Und dann kann man sich (s. v. v.) davon überzeugen, daß obiger Ausdruck, aus den Maßzahlen q' und p' und einem willkürlichen a gebildet, keine ungerade ganze Zahl ist.

Der Mangel an Einblick in den Zusammenhang der verschiedenen bereit gehaltenen Antworten (in die „Mnemotechnik" des Schülers) ist ein vollkommener, die Lücke wird nicht etwa durch eine neuartige Algebra der Q.M. ausgefüllt. Der Mangel ist um so befremdender, als man anderseits beweisen kann: die Verschränkung ist schon durch die Forderungen $q = Q$ und $p = -P$ eindeutig festgelegt. Wenn wir wissen, daß die Koordinaten gleich und die Impulse entgegengesetzt gleich sind, so folgt quantenmechanisch eine *ganz bestimmte* ein-eindeutige Zuordnung *aller möglichen* Messungen an den beiden Systemen. Für *jede* Messung am „kleinen" kann man sich die Maßzahl durch eine passend angeordnete Messung am „großen" verschaffen, und jede Messung am großen orientiert zugleich über das Ergebnis, das eine bestimmte Art von Messung am kleinen geben wird oder gegeben hat. (Natürlich in demselben Sinn wie bisher immer: nur die jungfräuliche Messung an jedem System zählt.) Sobald wir die zwei Systeme in die Situation gebracht haben, daß sie (kurz gesagt) in Koordinate und Impuls übereinstimmen, stimmen sie (kurz gesagt) auch in bezug auf alle anderen Variablen überein.

Aber wie die Zahlwerte all dieser Variablen an *einem* System untereinander zusammenhängen, wissen wir gar nicht, obwohl das System für jede

[1] E. SCHRÖDINGER, Proc. Cambridge philos. Soc. (im Druck).

einen ganz bestimmten in Bereitschaft haben muß: denn wir können, wenn wir wollen, gerade ihn am Hilfssystem in Erfahrung bringen und finden ihn dann bei direkter Messung stets bestätigt.

Soll man sich nun denken, weil wir über die Beziehung zwischen den in *einem* System bereitgestellten Variablenwerten so gar nichts wissen, daß keine besteht, daß weitgehend beliebige Kombinationen vorkommen können? Das würde heißen, daß solch ein System von „*einem* Freiheitsgrad" nicht bloß *zwei* Zahlen zu seiner ausreichenden Beschreibung nötig hätte, wie die klassische Mechanik wollte, sondern viel mehr, vielleicht unendlich viele. Aber dann ist es doch seltsam, daß *zwei* Systeme immer gleich in *allen* Variablen übereinstimmen, wenn sie in zweien übereinstimmen. Man müßte also zweitens annehmen, daß dies an unserer Ungeschicklichkeit liegt; müßte denken, daß wir praktisch nicht imstande sind, zwei Systeme in eine Situation zu bringen, in der sie bezüglich zweier Variablen übereinstimmen, ohne nolens volens die Übereinstimmung auch für alle übrigen Variablen mit herbeizuführen, obwohl das an sich nicht nötig wäre. Diese *beiden* Annahmen müßte man machen, um den völligen Mangel an Einsicht in den Zusammenhang der Variablenwerte innerhalb eines Systems nicht als eine große Verlegenheit zu empfinden.

§ 14. Die Änderung der Verschränkung mit der Zeit. Bedenken gegen die Sonderstellung der Zeit.

Es ist vielleicht nicht überflüssig, daran zu erinnern, daß alles, was in den Abschnitten 12 und 13 gesagt worden ist, sich auf einen einzigen Augenblick bezieht. Die Verschränkung ist nicht zeitbeständig. Sie bleibt zwar dauernd eine eineindeutige Verschränkung *aller* Variablen, aber die Zuordnung wechselt. Das heißt folgendes. Zu einer späteren Zeit t kann man wohl auch wieder die Werte von q oder von p, die *dann* gelten, durch eine Messung am Hilfssystem in Erfahrung bringen, aber die Messungen, die man dazu am Hilfssystem vornehmen muß, sind *andere*. Welche es sind, kann man in einfachen Fällen leicht sehen. Es kommt jetzt natürlich auf die Kräfte an, die innerhalb jedes der beiden Systeme wirken. Nehmen wir an, es wirken keine Kräfte. Die Masse wollen wir, einfachheitshalber, für beide gleich setzen und m nennen. Dann würden im klassischen Modell die Impulse p und P konstant bleiben, weil es doch die mit der Masse multiplizierten Geschwindigkeiten sind; und die Koordinaten zur Zeit t, die wir zur Unterscheidung mit dem Index t beheften wollen (q_t, Q_t), würden sich aus den anfänglichen, die auch weiterhin q, Q heißen sollen, so berechnen:

$$q_t = q + \frac{p}{m} t$$
$$Q_t = Q + \frac{P}{m} t .$$

Sprechen wir zuerst von dem kleinen System. Die natürlichste Art, es klassisch zur Zeit t zu beschreiben, ist durch Angabe von Koordinate und Impuls *zu dieser Zeit*, d. i. durch q_t und p. Aber man kann es auch anders machen. Man kann statt q_t auch q angeben. Auch q ist ein „Bestimmungsstück zur Zeit t", und zwar zu jeder Zeit t, und zwar eines, das sich mit der Zeit nicht ändert. Das ist so ähnlich, wie ich ein gewisses Bestimmungsstück meiner eigenen Person, nämlich mein *Alter*, entweder durch die Zahl 48 angeben kann, welche sich mit der Zeit verändert und beim System der Angabe von q_t entspricht, oder durch die Zahl 1887, was in Dokumenten üblich ist und der Angabe von q entspricht. Nun ist nach obigem

$$q = q_t - \frac{p}{m} t .$$

Ähnlich für das zweite System. Wir nehmen also als Bestimmungsstücke

$$\text{für das erste System} \quad q_t - \frac{p}{m} t \text{ und } p$$
$$\text{,, ,, zweite ,,} \quad Q_t - \frac{P}{m} t \text{ und } P .$$

Der Vorteil ist, daß *zwischen diesen dauernd dieselbe Verschränkung fortbesteht:*

$$q_t - \frac{p}{m} t = Q_t - \frac{P}{m} t$$
$$p = - P$$

oder aufgelöst:

$$q_t = Q_t - \frac{2t}{m} P ; \quad p = - P .$$

Was mit der Zeit anders wird, ist also nur dies: die Koordinate des „kleinen" Systems wird nicht einfach durch eine Koordinatenmessung am Hilfssystem ermittelt, sondern durch eine Messung des Aggregates

$$Q_t - \frac{2t}{m} P .$$

Darunter darf man sich aber nicht etwa vorstellen, daß man Q_t *und* P mißt, denn das geht ja nicht. Sondern man hat sich zu denken, wie man es sich in der Q.M. immer zu denken hat, daß es ein direktes Meßverfahren für dieses Aggregat gibt. Im übrigen gilt, mit dieser Änderung, *alles*, was in den Abschnitten 12 und 13 gesagt worden ist, für jeden Zeitpunkt; insbesondere besteht in jedem Zeitpunkt die ein-eindeutige Verschränkung *aller* Variablen samt ihren üblen Konsequenzen.

Genau so steht es auch, wenn innerhalb jedes Systems eine Kraft wirkt, aber q_t und p verschränken sich dann mit Variablen, die komplizierter aus Q_t und P zusammengesetzt sind.

Ich habe das kurz erklärt, damit wir uns folgendes überlegen können. Daß die Verschränkung sich mit der Zeit ändert, macht uns doch ein wenig nachdenklich. Müssen etwa alle Messungen, von denen die Rede war, in ganz kurzer Zeit, eigentlich *momentan*, zeitlos, vollzogen werden, um die unerbittlichen Konsequenzen zu rechtfertigen? Läßt sich der Spuk bannen durch den Hinweis, daß die Messungen Zeit gebrauchen? Nein. Man hat ja bei jedem einzelnen Versuch bloß je *eine* Messung an jedem System nötig; bloß die jungfräuliche gilt, weitere würden ohnehin belanglos sein. Wie lange die Messung dauert, braucht uns also nicht zu kümmern, da wir doch keine zweite folgen lassen wollen. Man muß bloß die zwei Jungfernmessungen so einrichten können, daß sie die Variablenwerte für denselben bestimmten, uns vorher bekannten Zeit*punkt* liefern, vorher bekannt, weil wir doch die Messungen auf ein Variablenpaar richten müssen, das gerade in diesem Zeitpunkt verschränkt ist.

— Vielleicht ist es nicht möglich, die Messungen so einzurichten?

= Vielleicht. Ich vermute es sogar. Bloß: die *heutige* Q.M. muß das fordern. Denn sie ist nun einmal so eingerichtet, daß ihre Voraussagen stets für einen bestimmten Zeit*punkt* gemacht sind. Da sie sich auf Maßzahlen beziehen sollen, hätten sie gar keinen Inhalt, wenn sich die betreffenden Variablen nicht *für* einen bestimmten Zeitpunkt messen ließen, mag nun die Messung selber lang oder kurz dauern.

Wann wir das Resultat *erfahren*, ist uns natürlich ganz gleichgültig. Das hat theoretisch so wenig Belang wie etwa die Tatsache, daß man einige Monate braucht, um die Differentialgleichungen des Wetters für die nächsten drei Tage zu integrieren. — Der drastische Vergleich mit dem Schülerexamen wird dem Buchstaben nach in einigen Punkten unzutreffend, dem Geist nach besteht er zu Recht. Der Ausdruck „das System *weiß*“ wird vielleicht nicht mehr die Bedeutung haben, daß die Antwort aus der Situation eines Augenblicks entspringt, sie mag vielleicht geschöpft sein aus einer Sukzession von Situationen, die einen endlichen Zeitraum umfaßt. Aber selbst wenn dem so wäre, brauchte es uns nicht zu bekümmern, wenn nur das System seine Antwort irgendwie aus sich heraus schöpft ohne eine andere Hilfe, als daß wir ihm (durch die Versuchsanordnung) sagen, *welche* Frage wir beantwortet wünschen; und wenn nur die Antwort selber einem Zeit*moment* eindeutig zugeordnet ist; was bei jeder Messung, von welcher die heutige Q.M. spricht, wohl oder übel vorausgesetzt werden muß, sonst hätten die quantenmechanischen Voraussagen keinen Inhalt.

Wir sind aber bei unserer Diskussion auf eine Möglichkeit gestoßen. Wenn sich die Auffassung durchführen ließe, daß die quantenmechanischen Vorhersagen sich nicht oder nicht immer auf einen ganz bestimmten scharfen Zeitpunkt beziehen, dann brauchte man das auch von den Maßzahlen nicht zu fordern. Dadurch würde, da die verschränkten Variablen mit der Zeit wechseln, die Aufstellung der antinomischen Behauptungen außerordentlich erschwert.

Daß die zeitlich scharfe Voraussage ein Mißgriff ist, ist auch aus anderen Gründen wahrscheinlich. Die Maßzahl der Zeit ist wie jede andere das Resultat einer Beobachtung. Darf man gerade der Messung an einer Uhr eine Ausnahmestellung einräumen? Soll sie sich nicht wie jede andere auf eine Variable beziehen, die im allgemeinen keinen scharfen Wert hat und ihn jedenfalls nicht zugleich mit *jeder* anderen Variablen haben kann? Wenn man den Wert einer *anderen* für einen bestimmten *Zeitpunkt* voraussagt, muß man nicht befürchten, daß beide zugleich gar nicht scharf bekannt sein können? Innerhalb der heutigen Q.M. läßt sich der Befürchtung kaum recht nachgehen. Denn die Zeit wird a priori als dauernd genau bekannt angesehen, obwohl man sich sagen müßte, daß jedes Auf-die-Uhr-Sehen den Fortschritt der Uhr in unkontrollierbarer Weise stört.

Ich möchte wiederholen, daß wir eine Q.M., deren Aussagen *nicht* für scharf bestimmte Zeitpunkte gelten sollen, nicht besitzen. Mir scheint, daß dieser Mangel sich gerade in jenen Antinomien kundgibt. Womit ich nicht sagen will, daß es der einzige Mangel ist, der sich in ihnen kundgibt.

§ 15. Naturprinzip oder Rechenkunstgriff?

Daß die „scharfe Zeit“ eine Inkonsequenz innerhalb der Q.M. ist und daß außerdem, sozusagen unabhängig davon, die Sonderstellung der Zeit ein schweres Hindernis bildet für die Anpassung der Q.M. an das *Relativitätsprinzip*, darauf habe ich in den letzten Jahren immer wieder hingewiesen, leider ohne den Schatten eines brauchbaren Gegenvorschlags machen zu können[1]. Beim Überschauen der ganzen heutigen Situation, wie ich sie hier zu schildern versucht, drängt sich noch eine Bemerkung ganz anderer Art auf in bezug auf die so heftig angestrebte, aber noch nicht wirklich erreichte „Relativisierung“ der Q.M.

Die merkwürdige Theorie des Messens, das scheinbare Umspringen der ψ-Funktion und schließlich die „Antinomien der Verschränkung“ entspringen alle aus der einfachen Art, in welcher der Rechenapparat der Quantenmechanik zwei getrennte Systeme gedanklich zu einem einzigen zusammenzufügen erlaubt; wofür er geradezu prädestiniert scheint. Wenn zwei Systeme in Wechselwirkung treten, treten, wie wir gesehen haben, nicht etwa ihre ψ-Funktionen in Wechselwirkung, sondern die hören sofort zu existieren auf und eine einzige für das Gesamtsystem tritt an ihre Stelle. Sie besteht, um das kurz zu erwähnen, zuerst einfach aus dem *Produkt* der zwei Einzelfunktionen; welches, da die eine Funktion von ganz anderen Veränderlichen abhängt als die andere, eine Funktion von allen diesen Veränderlichen ist oder „in einem Gebiet von viel höherer Dimensionszahl spielt“ als die Einzelfunktionen. Sobald die Systeme aufeinander einzuwirken beginnen, hört die Gesamtfunktion auf, ein Produkt zu sein, und zerfällt auch, wenn sie sich wieder

[1] Berl. Ber. 16. April 1931; Annales de l'Institut H. POINCARÉ, S. 269 (Paris 1931); Cursos de la universidad internacional de verano en Santander, 1, S. 60 (Madrid, Signo, 1935).

getrennt haben, nicht wieder in Faktoren, die sich den Systemen einzeln zuweisen ließen. So verfügt man vorläufig (bis die Verschränkung durch eine wirkliche Beobachtung gelöst wird) nur über eine *gemeinsame* Beschreibung der beiden in jenem Gebiet von höherer Dimensionszahl. Das ist der Grund, weshalb die Kenntnis der Einzelsysteme auf das Notdürftigste, ja auf Null herabsinken kann, während die des Gesamtsystems dauernd maximal bleibt. Bestmögliche Kenntnis eines Ganzen schließt *nicht* bestmögliche Kenntnis seiner Teile ein — und darauf beruht doch der ganze Spuk.

Wer das überlegt, den muß folgende Tatsache doch recht nachdenklich stimmen. Das gedankliche Zusammenfügen zweier oder mehrerer Systeme zu *einem* stößt auf große Schwierigkeit, sobald man in die Q.M. das spezielle Relativitätsprinzip einzuführen sucht. Das Problem eines einzigen Elektrons hat P. A. M. DIRAC[1] schon vor nunmehr sieben Jahren verblüffend einfach und schön relativistisch gelöst. Eine Reihe experimenteller Bestätigungen, durch die Schlagworte Elektronendrall, positives Elektron und Paarerzeugung bezeichnet, können an der grundsätzlichen Richtigkeit der Lösung keinen Zweifel lassen. Aber erstens tritt sie doch sehr stark aus dem Denkschema der Q.M. (demjenigen, das ich *hier* zu schildern suchte) heraus[2], zweitens stößt man auf hartnäckigen Widerstand, sobald man von der DIRACschen Lösung aus, nach dem Vorbilde der nichtrelativen Theorie, zum Problem mehrerer Elektronen vorzudringen sucht. (Das zeigt schon, daß die Lösung aus dem allgemeinen Schema herausfällt, denn in diesem ist, wie erwähnt, das Zusammenfügen von Teilsystemen das Allereinfachste.) Ich maße mir über die Versuche, die in dieser Richtung vorliegen, kein Urteil an[3]. Daß sie das Ziel erreicht haben, glaube ich schon deshalb nicht, weil die Autoren es nicht behaupten.

Ähnlich steht es mit einem anderen System, dem elektromagnetischen Feld. Seine Gesetze sind „die verkörperte Relativitätstheorie", eine *un*relative Behandlung ist überhaupt unmöglich. Gleichwohl war dieses Feld, das als klassisches Modell der Wärmestrahlung den ersten Anstoß zur Quantentheorie gegeben hat, das erste System, welches „gequantelt" wurde. Daß dies mit einfachen Mitteln gelingen konnte, liegt daran, daß man es hier ein bißchen leichter hat, weil die Photonen, die „Lichtatome", überhaupt nicht direkt aufeinander einwirken[1], sondern bloß unter Vermittlung der geladenen Teilchen. Eine wirklich einwandfreie Quantentheorie des elektromagnetischen Feldes besitzen wir auch heute noch nicht[2]. Man kommt mit dem *Aufbau aus Teilsystemen* nach dem Muster der unrelativen Theorie zwar weit (DIRACsche Lichttheorie[3]), aber doch wohl nicht ganz ans Ziel.

Vielleicht ist das einfache Verfahren, das die unrelative Theorie dafür besitzt, doch nur ein bequemer Rechenkunstgriff, der aber heute, wie wir gesehen haben, einen unerhört großen Einfluß auf unsere Grundeinstellung zur Natur erlangt hat.

Für die Muße zur Abfassung dieses Referates habe ich Imperial Chemical Industries Limited, London, wärmstens zu danken.

[1] Proc. roy. Soc. Lond. A, 117, 610 (1928).

[2] P. A. M. DIRAC, The principles of quantum mechanics, 1. Aufl., S. 239; 2. Aufl., S. 252. Oxford: Clarendon Press 1930 bzw. 1935.

[3] Hier einige der wichtigeren Literaturstellen: G. BREIT, Physic. Rev. 34, 553 (1929) u. 616 (1932). — C. MØLLER, Z. Physik 70, 786 (1931). — P. A. M. DIRAC, Proc. roy. Soc. Lond. A 136, 453 (1932) u. Proc. Cambridge philos. Soc. 30, 150 (1934). — R. PEIERLS, Proc. roy. Soc. Lond. A 146, 420 (1934). — W. HEISENBERG, Z. Physik 90, 209 (1934).

[1] Das trifft aber wahrscheinlich nur näherungsweise zu. Vgl. M. BORN u. L. INFELD, Proc. roy. Soc. Lond. A 144, 425 u. 147, 522 (1934); 150, 141 (1935). Dies ist der jüngste Versuch einer Quantenelektrodynamik.

[2] Hier wieder die wichtigsten Arbeiten, zum Teil gehörten sie ihrem Inhalt nach auch unter das vorletzte Zitat: P. JORDAN u. W. PAULI, Z. Physik 47, 151 (1928). — W. HEISENBERG u. W. PAULI, Z. Physik 56, 1 (1929); 59, 168 (1930). — P. A. M. DIRAC, V. A. FOCK u. B. PODOLSKY, Physik. Z. d. Sowj. 6, 468 (1932). — N. BOHR u. L. ROSENFELD, Danske Videnskaberne Selskab, math.-phys. Mitt. 12, 8 (1933).

[3] Ein treffliches Referat: E. FERMI, Rev. of modern physics 4, 87 (1932).

Kurze Originalmitteilungen.

Für die kurzen Originalmitteilungen ist ausschließlich der Verfasser verantwortlich.

Der Herausgeber bittet, 1. im Manuskript der *kurzen Originalmitteilungen* oder in einem Begleitschreiben die Notwendigkeit einer baldigen Veröffentlichung an dieser Stelle zu *begründen*, 2. die Mitteilungen auf einen Umfang von **höchstens einer Druckspalte** zu beschränken.

Über die katalysierte Photoreduktion von Küpenfarbstoffen.

Kürzlich haben in dieser Zeitschrift H. v. EULER, H. HELLSTRÖM und K. BRANDT[1] Versuche über photochemische Oxydo-Reduktionsgleichgewichte des Methylenblaus beschrieben, bei welchen die katalytische Wirkung des Ferroions eine besondere Rolle spielt. Da ich schon in einer früheren Arbeit[2] eine katalytische Wirkung des Fe^{++} auf das photochemische Ausbleichen des Thionins (LAUTHschen Violetts) bei Anwesenheit von Diäthylallylthioharnstoff feststellte und diese Wirkung mit Hilfe der Zwischenreaktionstheorie der Katalyse erklärte, einige weitere Versuche auf diesem Gebiete jedoch noch nicht veröffentlicht habe, möchte ich folgendes zur theoretischen Klärung dieser Erscheinungen mitteilen.

Belichtet man eine 0,001 proz. wässerige Thioninlösung, der 0,0075 Mol/Liter Ferrosulfat und 0,01 Mol/Liter H_2SO_4 zugesetzt wurde und die auf etwa $+10°$ abgekühlt ist, mit dem Licht einer starken Bogenlampe (etwa 90 Amp), so erfolgt in 1—2 Sekunden vollständiges Ausbleichen des Farbstoffes und bei Abblendung des Lichtes kehrt die Farbe der Lösung in 1—2 Sekunden wieder zurück. Erwärmt man die Lösung, so erfolgt das Ausbleichen beim Belichten langsamer

[1] Naturwiss. 23, 486 (1935).

[2] Z. physik. Chem. B 15, 18 (1931).