

Bestimmtes Integral - Grundwissen



Ist eine Funktion f mit dem Funktionsterm $f(x)$ gegeben, sind x_1 und x_2 zwei Stellen aus dem Definitionsbereich von f , dann heißt die Zahl

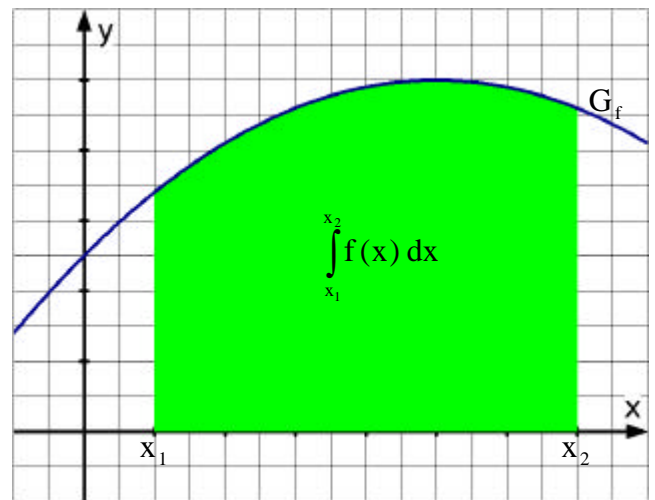
$$\int_{x_1}^{x_2} f(x) dx$$

das **Bestimmte Integral der Funktion f über dem Intervall $[x_1; x_2]$** . In diesem Zusammenhang bezeichnet man die Funktion f als die **Integrandenfunktion** oder den **Integranden**, die Variable x als **Integrationsvariable**, die Stellen x_1 bzw. x_2 als **Untere** bzw. **Obere (Integrations-) Grenze** oder **Untere** bzw. **Obere Grenze des Integrals** und das Intervall $[x_1; x_2]$ als **Integrationsintervall** oder **Integrationsbereich**.

Die **Geometrische Interpretation** des Bestimmten Integrals sieht wie folgt aus:

Ist G_f der Graph der Funktion f und liegt der Graph G_f zwischen x_1 und x_2 oberhalb der Abszisse, dann ist die Zahl

$A := \int_{x_1}^{x_2} f(x) dx$ die Maßzahl des Flächeninhalts der Fläche zwischen dem Graphen G_f , der Abszisse und den beiden Parallelen zur Ordinate an den Stellen x_1 bzw. x_2 .



Eine **Physikalische Interpretation** des Bestimmten Integrals ist z.B. diese:

Beschreibt der Term $v(t)$ die Geschwindigkeit eines Körpers zwischen den Zeitpunkten t_1 und t_2 und ist zwischen diesen Zeitpunkten die Geschwindigkeit des Körpers niemals negativ,

dann ist die Zahl $s := \int_{t_1}^{t_2} v(t) dt$ die Maßzahl der Strecke, die der Körper im Zeitraum $[t_1; t_2]$ zurücklegt.

Eine **Interpretation** des Bestimmten Integrals in **Sachzusammenhängen** ist z.B. diese:

Beschreibt der Term $f(t)$ den momentanen Durchfluss einer Flüssigkeit durch eine Rohrleitung (d.h. die momentane Änderungsrate der geflossenen Flüssigkeitsmenge) zwischen den

Zeitpunkten t_1 und t_2 , dann ist die Zahl $F := \int_{t_1}^{t_2} f(t) dt$ die Maßzahl der Flüssigkeitsmenge, die

insgesamt im Zeitraum $[t_1; t_2]$ durch die Rohrleitung geflossenen ist. In diesem Zusammenhang spricht man auch von der **Wirkung** oder der **Bilanz der Änderungsrate über den betrachteten Zeitraum**.