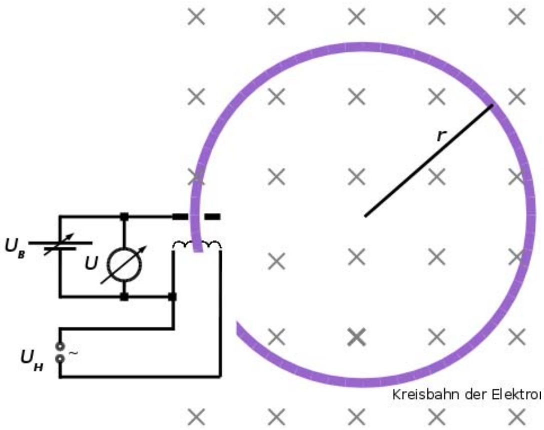
Musterlösung

Physik	Klausur Nr. 2	21. 12. 2009		12 GK2 Passon
		Datum	Name	Kurs

Aufgabe 1: *Magnetische Felder*



In einem Fadenstrahlrohr (siehe Abbildung) werden Elektronen (Ladung $e = 1{,}6 \cdot 10^{-19}\,C$ und Masse $m_e = 9{,}1 \cdot 10^{-31}\,kg$) mit der Spannung U_B =150V beschleunigt. Im homogenen Magnetfeld B einer Helmholtzspule (in die Zeichenebene hinein, B=1,5mT) werden sie auf eine Kreisbahn abgelenkt.

a) Geben sie einen Ausdruck für die Geschwindigkeit der Elektronen nach durchlaufen der Beschleunigungsspannung an und berechnen sie deren Geschwindigkeit.

$$eU = \frac{1}{2}mv^2 \Rightarrow v = \sqrt{\frac{2eU}{m}} = 7{,}3 \cdot 10^6\,\frac{m}{s}$$

b) Geben sie die Gleichung der Kraft an, die auf die Elektronen im Magnetfeld wirkt und berechnen sie den Radius der Kreisbahn, auf der sie sich bewegen.

$F_L = qvB$, da Geschwindigkeit und B Feld senkrecht. $r = \dfrac{mv}{qB} = 0{,}028m$.

c) Zeigen sie, dass für die Umlaufdauer der Elektronen $T = \dfrac{2\pi \cdot m_e}{e \cdot B}$ gilt!

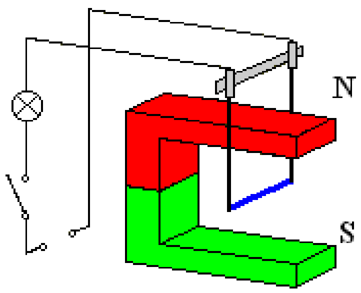
Es gilt $v = \dfrac{2\pi \cdot r}{T}$. Gleichsetzen von Lorentz- und Zentripetalkraft führt dann auf:

$$vqB = \frac{mv^2}{r}$$

$$qB = \frac{2\pi \cdot m}{T} \Rightarrow T = \frac{2\pi \cdot m}{qB}$$

d) Untersuchen sie die Frage, welchen Einfluss auf die Energie der Elektronen die Lorentz-Kraft hat.

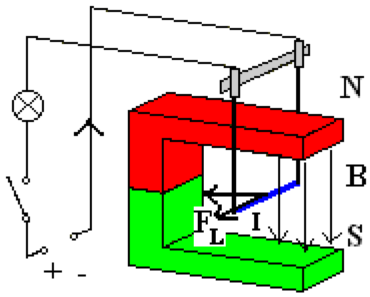
Da Lorentzkraft und Bewegungsrichtung senkrecht stehen, ändert sich die Energie nicht („es wird keine Arbeit verrichtet“). Das sieht man auch daran, dass die Bahngeschwindigkeit („kinetische Energie“) sich nicht ändert!



Betrachten sie die folgende Leiterschaukel. Beim schließen des Kontaktes bewegt sie sich in den Magneten hinein.

e) Zeichnen sie die Richtung der magnetischen Feldlinien ein sowie Plus- und Minuspol an die Batterie!

Die magnetischen Feldlinien laufen vereinbarungsgemäß vom Nord- zum Südpol. Der Zusammenhang zwischen B-Feld-Richtung (Zeigefinger), Elektronengeschwindigkeit (Daumen) und Kraftrichtung (Mittelfinger) wird durch die linke Hand Regel beschrieben. Die Richtung der Lorentzkraft ist vorgegeben („die Schaukel bewegt sich in den Magneten hinein“). Daraus folgt:



Aufgabe 2: *Gravitation, Schwerelosigkeit und Satellitenbewegung*

In dieser Aufgabe betrachten wir einige Eigenschaften des Systems Erde und Mond sowie der Gravitation allgemein. Sie brauchen folgende Naturkonstanten:

Masse des Mondes:	$M_M = 7 \cdot 10^{22} kg$
Radius des Mondes:	$r_M = 1740 km$
Abstand zwischen Mond und Erde:	$r_{E-M} = 382 \cdot 10^3 km$
Erdmasse:	$M_E = 6 \cdot 10^{24} kg$
Erdradius:	$r_E = 6370 km$
Gravitationskonstante:	$\gamma = 6{,}67 \cdot 10^{-11} \frac{m^3}{s^2 kg}$

Bereits im Jahr 1865 veröffentlichte der französische Autor Jules Verne sein Buch *„De la Terre à la Lune“* („Von der Erde zum Mond“), indem er eine bemannte Mondfahrt beschreibt. Verne gilt damit als Begründer des *Science-Fiction* Romans.

Jules Verne beschreibt in seinem Roman, dass auf dieser Raumfahrt nur an einer Stelle Schwerelosigkeit herrscht, nämlich an dem Punkt, an dem sich die Schwerkraft von Erde und Mond gegenseitig aufheben.

a) Berechnen sie, wo dieser Punkt liegt, d.h. wo sich die Gravitationskräfte von Erde und Mond zu Null addieren.

Gesucht wird der Abstand r_1 von der Erde, bei dem sich die Gravitationskraft von Mond und Erde auf einen beliebigen Körper die Waage halten. Vom Mond ist dieser Körper dann natürlich $r_{E-M}-r_1$ entfernt:

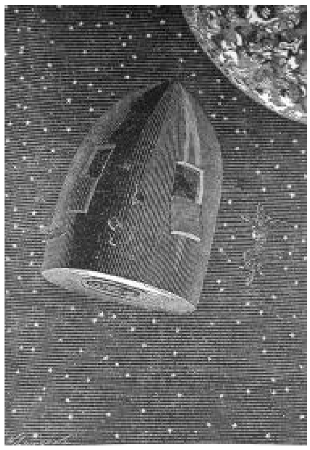


Illustration aus der Erstausgabe "Reise um den Mond" von Jules Verne.

$$\frac{M_E}{r_1^2} = \frac{M_M}{(r_{E-M} - r_1)^2}$$

$$M_E (r_{E-M} - r_1)^2 = M_M r_1^2$$

$$\frac{r_{E-M} - r_1}{r_1} = \sqrt{\frac{M_M}{M_E}}$$

$$r_1 = \frac{r_{E-M}}{1 + \sqrt{\frac{M_M}{M_E}}} \approx 345 \cdot 10^6 m$$

Das ist natürlich viel näher am Mond als an der Erde, da die Masse der Erde viel größer ist!

b) Begründen sie knapp, warum auch auf der ISS „Schwerelosigkeit" herrscht und welcher Zusammenhang zwischen Satellitenbewegung, dem freien Fall und Schwerelosigkeit besteht!

Die ISS kreist um die Erde. Diese Form der Bewegung ist praktisch ein freier Fall, bei dem die waagerechte Geschwindigkeit so groß ist, dass der Körper ständig „an der Erde vorbeifällt". Schwerelosigkeit bedeutet, dass entweder keine Schwerkraft wirkt oder ihre Wirkung nicht spürbar ist. Letzteres ist hier der Fall. Die Schwerkraft bewirkt auf der Erde, dass alle Körper fallen. Fällt nun die ganze Umgebung (wie in der Raumstation), ist dieser Effekt nicht zu beobachten.

Wir haben im Unterricht die potentielle Energie des Gravitationsfeldes behandelt.

c) Berechnen sie die Fluchtgeschwindigkeit, die eine Rakete haben muss, um das Schwerefeld der Erde verlassen zu können („Fluchtgeschwindigkeit von der Erde").

Die potentielle Energie im Schwerefeld der Erde berechnet man mit: $E_{pot} = -\gamma \frac{mM_E}{r}$. Im Nenner steht hier der Abstand vom Mittelpunkt der Erde, r. Für r=0 ist dieser Ausdruck also nicht definiert. Der (beliebige) Nullpunkt der potentiellen Energie ist beim „Abstand = Unendlich" gewählt worden. Dadurch ist die potentielle Energie negativ!

An der Erdoberfläche hat der Körper also die potentielle Energie: $E_{pot} = -\gamma \frac{mM_E}{r_E}$. Bei der Fluchtgeschwindigkeit muss die Gesamtenergie gleich oder größer Null sein:

$$E_{kin} + E_{pot} \geq 0$$

$$\frac{1}{2} m \cdot v^2 - \gamma \frac{mM_E}{r_E} \geq 0$$

$$\frac{1}{2} m \cdot v^2 \geq \gamma \frac{mM_E}{r_E}$$

$$v_{Flucht} \geq \sqrt{\frac{2\gamma M_E}{r_E}} \approx 11 \cdot 10^3 \frac{m}{s}$$

d) Berechnen sie die Geschwindigkeit, die ein Flugkörper haben muss, um das Schwerefeld des Mondes verlassen zu können („Fluchtgeschwindigkeit vom Mondes").

$$v \geq \sqrt{\frac{2\gamma M_M}{r_M}} \approx 2{,}3 \cdot 10^3 \frac{m}{s}$$


Der Satellit SMOS umrundet 14-mal pro Tag die Erde und misst dabei den Salzgehalt der Ozeane und die Feuchtigkeit des Bodens.

Seit Anfang November umkreist der Klimasatellit SMOS (*Soil Moisture and Ocean Salinity*) die Erde (siehe Abbildung rechts). Er umrundet die Erde 14-mal pro Tag.

e) Berechnen sie, in welcher Höhe der Satellit SMOS die Erde umkreist.

Bei einer stabilen Satellitenbahn halten sich Schwerkraft und Zentripetalkraft die Waage (bzw.: die Schwerkraft ist die Zentripetalkraft):
$\gamma \frac{mM}{r^2} = m\frac{v^2}{r}$. Wir kennen die Umlaufdauer des Satelliten (T=6171s). Dann kann die Geschwindigkeit durch den Radius ausgedrückt werden: $v = \frac{2\pi \cdot r}{T}$. Einsetzen und nach r auflösen ergibt:

$$\frac{\gamma M}{r} = \frac{4\pi^2 r^2}{T^2}$$

$$r^3 = \frac{\gamma M T^2}{4\pi^2}$$

$$r = \sqrt[3]{\frac{\gamma M T^2}{4\pi^2}} \approx 7{,}3 \cdot 10^6 m = 7300km$$

Wenn man nach der Flughöhe fragt, meint man in der Regel natürlich die Höhe über der *Erdoberfläche*. Diese beträgt dann natürlich 7300km-6370km=930km. Das alles gilt allerdings nur, falls der Satellit tatsächlich auf einer Kreisbahn fliegt.

Zusatzaufgabe

Schon 1783 spekulierte der britische Forscher John Michell über sog. „dunkle Sterne“, deren Gravitation ausreicht, um Licht gefangen zu halten.

a) Berechnen sie, welche Masse ein Körper haben muss, der denselben Radius wie die Erde hat und dessen Fluchtgeschwindigkeit größer als die Lichtgeschwindigkeit ist, nämlich $c = 3 \cdot 10^8 \frac{m}{s}$. Berechnen sie die Dichte dieses Körpers und das Verhältnis zwischen seiner Dichte und der Dichte der Erde.

Wir hatten weiter oben den Ausdruck für die Fluchtgeschwindigkeit hergeleitet: $v \geq \sqrt{\frac{2\gamma M}{r}}$.
Der Radius unseres „schwarzen Körpers“ soll der Erdradius sein und die Fluchtgeschwindigkeit gleich der Lichtgeschwindigkeit $c = 3 \cdot 10^8 \frac{m}{s}$. Daraus folgt für die gesuchte Masse:

$M = \frac{r_E \cdot c^2}{2\gamma} \approx 4{,}3 \cdot 10^{33} kg$. Das Volumen dieses Körpers beträgt $V = \frac{4}{3}\pi \cdot r^3 = 1{,}08 \cdot 10^{21} m^3$.

Die Dichte beträgt also $\rho = \frac{M}{V} \approx 3{,}97 \cdot 10^{12} \frac{kg}{m^3}$. Zur Erinnerung: die Dichte der Erde beträgt nur ca. 5500kg pro m^3! Ein „schwarzes Loch“ hat also eine ein Milliarden mal größere Dichte (falls seine Größe der der Erde entspricht…).