Musterlösung

Physik Klausur	Nr. 2	14. 12. 2009		GK1
		Datum	Name	Kurs

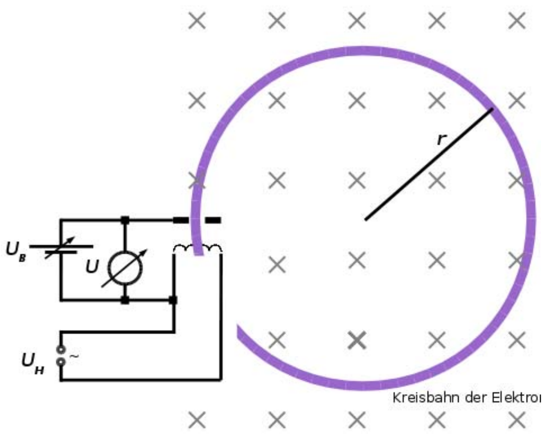
Aufgabe 1: *Magnetische Felder*

Die magnetische Feldstärke ist definiert als $B = \frac{F}{I \cdot s}$.

a) Erläutern sie die Bedeutung dieses Ausdrucks sowie die Frage, wie man mit dieser Definition die magnetische Feldstärke eines Magneten bestimmen könnte. Fertigen sie die Skizze eines geeigneten Versuchsaufbaus an!

Die magnetische Feldstärke wird (genauso wie alle anderen Feldstärken) über ihre Kraftwirkung definiert! Hier die Kraft auf einen Leiter der Länge *s* (genauer: *s* ist die Länge, die senkrecht zu den Feldlinien gerichtet ist!) durch den ein Strom der Stärke *I* fließt. Eine mögliche Versuchsanordnung haben wir im Unterricht kennen gelernt: Eine Leierschlaufe wird an einem Kraftmesser in das Feld eines Magneten gehängt. Die wirkende Kraft ist dabei die Lorentzkraft.

In einem Fadenstrahlrohr (siehe Abbildung) werden Elektronen (Ladung $e = 1{,}6 \cdot 10^{-19}\,C$ und Masse $m_e = 9{,}1 \cdot 10^{-31}\,kg$) mit der Spannung U_B =150V beschleunigt. Im homogenen Magnetfeld B einer Helmholtzspule (in die Zeicheneben hinein, B=1,5mT) werden sie auf eine Kreisbahn abgelenkt.



b) Geben sie einen Ausdruck für die Geschwindigkeit der Elektronen nach durchlaufen der Beschleunigungsspannung an und berechnen sie deren Geschwindigkeit.

$$eU = \frac{1}{2}mv^2 \Rightarrow v = \sqrt{\frac{2eU}{m}} = 7{,}3 \cdot 10^6\,\frac{m}{s}$$

c) Geben sie die Gleichung der Kraft an, die auf die Elektronen im Magnetfeld wirkt und berechnen sie den Radius der Kreisbahn, auf der sie sich bewegen.

$F_L = qvB$, da Geschwindigkeit und B Feld senkrecht. $r = \frac{mv}{qB} = 0{,}028m$.

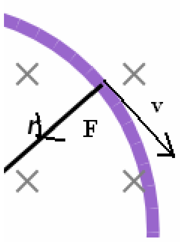
d) Zeigen sie, dass für die Umlaufdauer der Elektronen $T = \frac{2\pi \cdot m_e}{e \cdot B}$ gilt!

Es gilt $v = \frac{2\pi \cdot r}{T}$. Gleichsetzen von Lorentz- und Zentripetalkraft führt dann auf:

$$vqB = \frac{mv^2}{r}$$

$$qB = \frac{2\pi \cdot m}{T} \Rightarrow T = \frac{2\pi \cdot m}{qB}$$

e) Zeichnen sie in die obige Zeichnung Vektoren für die Geschwindigkeit des Elektrons sowie die Kraft auf das Elektron ein!



f) Untersuchen sie die Frage, welchen Einfluss auf die Energie der Elektronen die Lorentz-Kraft hat.

Da Lorentzkraft und Bewegungsrichtung senkrecht stehen, ändert sich die Energie nicht („es wird keine Arbeit verrichtet“). Das sieht man auch daran, dass die Bahngeschwindigkeit („kinetische Energie“) sich nicht ändert!

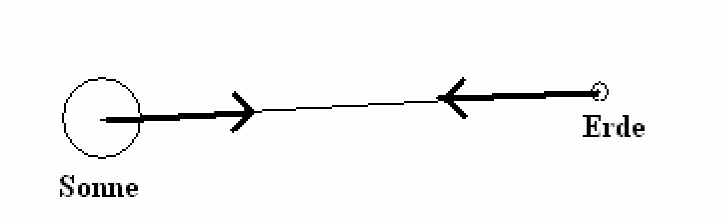
Aufgabe 2: *Die Gravitationskraft*

In dieser Aufgabe betrachten wir einige Eigenschaften des Systems Erde und Sonne sowie der Gravitation allgemein. Sie brauchen folgende Naturkonstanten:

Masse der Sonne:	$M_S = 2 \cdot 10^{30} kg$
Abstand zwischen Sonne und Erde:	$r_{S-E} = 150 \cdot 10^6 km$
Radius der Sonne:	$r_S = 0{,}7 \cdot 10^6 km$
Erdmasse:	$M_E = 6 \cdot 10^{24} kg$
Erdradius:	$r_E = 6370 km$
Gravitationskonstante:	$\gamma = 6{,}67 \cdot 10^{-11} \frac{m^3}{s^2 kg}$

a) Berechnen sie die Gravitationskraft zwischen Erde und Sonne. Fertigen sie auch eine Skizze an und zeichnen sie Richtung und Stärke der wirkenden Kräfte ein!

$F_g = \gamma \frac{M_E \cdot M_S}{r_{S-E}^2} \approx 35 \cdot 10^{21} N$ Kraft auf beide Körper ***gleich groß*** und längs der Verbindungslinie!



b) Begründen sie, warum trotz dieser Kraft Erde und Sonne nicht zusammenstoßen. Berechnen sie die Geschwindigkeit der Erde auf ihrer Bahn um die Sonne.

Die Erde hat eine waagerechte Geschwindigkeit, die zu einer (näherungsweisen) Kreisbahn um die Sonne führt. Die Anziehungskraft spielt also die Rolle der Zentripetalkraft! Die Geschwindigkeit der Erde auf ihrer Bahn um die Sonne berechnet sich durch Gleichsetzten von Zentripetal- und Gravitationskraft (sowie dem Auflösen nach der Geschwindigkeit):

$$\frac{v^2}{r} = \gamma \frac{M_S}{r^2}$$

$$v = \sqrt{\frac{\gamma \cdot M_S}{r_{E-S}}} = 29{,}8 \cdot 10^3 \frac{m}{s} = 107 \cdot 10^3 \frac{km}{h}$$

c) Zwischen Sonne und Erde gibt es einen Punkt, an dem sich die Gravitationskräfte beider Körper zu Null addieren. Berechnen sie diesen Punkt!

Gesucht wird der Abstand r_1 von der Erde, bei dem sich die Gravitationskraft von Sonne und Erde auf einen beliebigen Körper die Waage halten. Von der Sonne ist dieser Körper dann natürlich $r_{E\text{-}S}$-r_1 entfernt:

$$\frac{M_E}{r_1^2} = \frac{M_S}{(r_{E-S} - r_1)^2}$$

$$M_E (r_{E-S} - r_1)^2 = M_S r_1^2$$

$$\frac{r_{E-S} - r_1}{r_1} = \sqrt{\frac{M_S}{M_E}}$$

$$r_1 = \frac{r_{E-S}}{1 + \sqrt{\frac{M_S}{M_E}}} \approx 260 \cdot 10^6 m$$

Das sind nur 0,2% des Abstandes zwischen Erde und Sonne!

d) Berechnen sie die sog. „erste kosmische Geschwindigkeit“ (auch Kreisgeschwindigkeit genannt) für die Sonne. Erläutern sie die Bedeutung dieser Geschwindigkeit!

Die Bedingung lautet: $\frac{v^2}{r_S} = \gamma \frac{M_S}{r_S^2} \Rightarrow v = \sqrt{\frac{\gamma M_S}{r_S}} \approx 4{,}37 \cdot 10^5 \frac{m}{s}$. Mit dieser Geschwindigkeit muss ein Körper an der <u>Sonnenoberfläche</u> <u>waagerecht</u> abgeworfen werden, um eine <u>Kreisbahn</u> um die Sonne beschreiben zu können.

Johannes Kepler (siehe Abb. rechts) entdeckte am 15. Mai 1618, dass für alle Planetenbewegungen um die Sonne näherungsweise $\frac{r^3}{T^2} = konst.$ gilt, mit T der Umlaufdauer der Planeten und r ihrem (mittleren) Abstand von der Sonne („***3. Keplersche Gesetz***“).

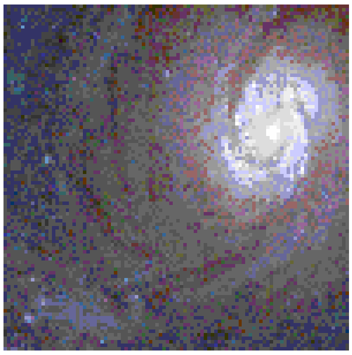
e) Zeigen sie, dass der Wert dieser Konstanten für die Planetenbewegungen um unsere Sonne bei ca. $3{,}4 \cdot 10^{18} \frac{m^3}{s^2}$ liegt, wenn sie von einer kreisförmigen Bewegung ausgehen.

Die Gleichgewichtsbedingung für Zentripetal- und Gravitationskraft lautet wieder:
$\frac{v^2}{r} = \gamma \frac{M_S}{r^2}$. Außerdem gilt $v = \frac{2\pi r}{T}$. Daraus folgt: $\frac{r^3}{T^2} = \frac{\gamma M_S}{4\pi^2} \approx 3{,}37 \cdot 10^{18}$

f) Die Venus umkreist die Sonne in nur 0,6 Jahren. Berechnen sie ihren mittleren Sonnenabstand mit Hilfe des 3. Keplerschen Gesetzes!

Es gilt nach Kepler 3: $r^3 = T^2 \cdot 3{,}37 \cdot 10^{18} \Rightarrow r \approx 105 \cdot 10^6 km$

Zusatzaufgabe:



Die Sonne ist ca. $3 \cdot 10^{20}\,m$ vom Zentrum der Milchstraße entfernt und umkreist dieses Zentrum in ca. 250 Millionen Jahren.

a) Schätzen sie mit Hilfe dieser Angaben die Masse der (inneren) Milchstraße ab. (Hinweis: Die Betrachtungen zum 3. Keplerschen Gesetz aus Aufgabe 3 können hilfreich sein.)

Es gilt $M = \dfrac{4\pi^2 r^3}{\gamma T^2} \approx 2{,}5 \cdot 10^{41}\,kg$ (mit $T = 8 \cdot 10^{15}\,s$).

b) Wie viele Sterne befinden sich in der Milchstraße?

Gehen wir von einer durchschnittlichen Sternmasse der Sonne aus, haben wir $\dfrac{M_{Milchstraße}}{M_S} \approx 120 \cdot 10^9$, also 120 Milliarden Sterne in der (inneren) Milchstraße!