

Didaktik der Analysis

Neue Unterrichtskultur durch Kompetenzorientierung

WS 2010//11

Oliver Passon

o.passon@psiquadrat.de

Material zur Veranstaltung unter:

www.psiquadrat.de

Grunderfahrungen, die die Mathematik ermöglicht: (nach Winter, 1996) - diese haben Eingang in die Bildungsstandards gefunden

- (G1) Erscheinungen in der Welt auf eine **spezifische Art wahrnehmen** und verstehen (→ Anwendungen).
- (G2) mathematische Gegenstände als **geistige Schöpfungen** und eine deduktiv geordnete **eigene Welt** kennen und begreifen lernen (→ Begriffe, Beweise und Zusammenhänge).
- (G3) In Auseinandersetzung mit Aufgaben **Problemlösungsfähigkeiten** erwerben, die über die Mathematik hinaus gehen.

Schulpolitik: von der Input- zur Outputsteuerung

- **Bildungsstandards:** Seit einiger Zeit beginnt das deutsche Schulsystem, sich immer mehr an den **Ergebnissen** des Lernens zu orientieren. Daher sind die bundesweiten Bildungsstandards auch eine Umschreibung von **Kompetenzen**, die Schülerinnen und Schüler zum Zeitpunkt eines **Abschlusses** besitzen sollen.
- **Kompetenzen:** Kompetenzen sind allgemeine **Bereitschaften** und **Fähigkeiten**, die in variablen Situationen flexibel verfügbar sind. Sie können allgemein formuliert sein (z.B. *Probleme strukturieren*) oder sehr konkret (z.B. *Winkel messen*), sind aber **anders** als kurzfristige Lernziele die Ergebnisse längerer **Lernprozesse** in **unterschiedlichen** Zusammenhängen.
- **Kernlehrpläne:** Kernlehrpläne beschreiben nicht den gesamten Unterricht und seine Ergebnisse (was weder möglich noch sinnvoll ist), sondern legen nur **zentrale** Anforderungen (Kerne) fest. Kernlehrpläne, die in Form von **Output-Standards** formuliert sind, legen für ein Land oder eine Schule fest, welche Kompetenzen Schülerinnen und Schüler zu bestimmten Zeitpunkten besitzen sollen.

Quelle: www.kernlehrplan.de (Timo Leuders, PH Freiburg)

Prozess- und Inhaltskompetenzen



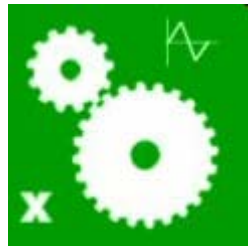
Kommunizieren, Argumentieren
Arithmetik und Algebra

$$\frac{x+y}{2}$$



Problemlösen

Funktionen



Modellieren

Geometrie



Werkzeuggebrauch und Medien

Stochastik



Konkrete Auswirkungen:

- In der SekI sollen beide Kompetenzbereiche gleichberechtigt behandelt werden!
- Die Schulinternen Curricula müssen ausweisen, durch welche Maßnahmen und an welchen Stellen die systematische „Kompetenzförderung“ erfolgt
- Dies benötigt eine **andere** Unterrichtskultur
- Mehr dazu morgen...

„Neue“ Aufgabenkultur

Kriterien für die neue Aufgabenkultur

- **Offene** Fragestellungen, die mehrere Lösungswege zulassen.
- Materialgeleitete Aufgaben, bei denen **Schlussfolgerungen** verlangt werden
- Bezüge zu **anderen** Fächern
- **Vernetztes** Denken, Einbeziehen von Grundwissen

Kapitel3: „Instrumente für den Unterricht: Aufgaben“



*„In keinem Fach spielt die Kategorie „Aufgaben“ eine so wichtige Rolle wie im Mathematikunterricht. Man könnte sie geradezu als **das** zentrale Charakteristikum des Mathematikunterrichts sehen [...]“*
(S. 94)

„Qualität im Mathematikunterricht“,
Timo Leuders, Cornelsen (2001)

Funktionen von Aufgaben im Mathematikunterricht:

- Sie gliedern den thematischen Verlauf, etwa in der Form: Einstiegsaufgabe – Übungsaufgabe – Anwendungsaufgabe (und „*verstellen damit den Blick auf alternative Strukturierungsmöglichkeiten*“).
- Sie bieten eine (scheinbare) Objektivierbarkeit der Schülerleistung.
- Sie sind Medium der Kommunikation zwischen Kollegen über Unterricht.
- Sie sind der Hebel bei dem die Qualitätssteigerung ansetzt („zentrale Prüfungen“).
- Leuders gibt jedoch grundsätzlich zu bedenken: „*Das Potenzial einer Aufgabe entfaltet sich erst im methodischen Umgang mit ihr.*“ (S. 96)

Risiken bei der Steuerung von Mathematikunterricht durch „Aufgaben“

- Aufgaben legen eine *ergebnisorientierte* Definition von Lernerfolg nahe. Z. Bsp. Aspekte wie „Kommunikation“ und „Lösungsstrategien“ geraten ins Hintertreffen.
- Typische Mathematikaufgaben haben exakte und eindeutige Lösungen (und Lösungswege). Damit ist eng verbunden:
- Typische Aufgaben können zu einem einseitigen Bild von der Mathematik führen: Betonung der routinemäßigen Aspekte, mechanische Anwendung von Algorithmen zur Lösung von konstruierten Problemen, reine Nachahmung von Schemata.

Chancen bei der Steuerung von Mathematikunterricht durch „Aufgaben“:

- „*Gut formulierte Probleme strukturieren, motivieren und legitimeren die Beschäftigung mit Mathematik*“ (S. 97)
- Daran schließt sich die Frage an, was eine **gute** Aufgabe ist? Worin liegt ihre **Qualität**? Die folgende (unvollständige und subjektive) Liste soll helfen, Aufgaben auf ihre Güte zu prüfen, ihr Potenzial auszuloten und sich zu vergewissern, ob sie den jeweiligen Zielen dienen.

Dimensionen der Aufgabenqualität (nach Leuders S. 99ff)

- Authentizität – Bedeutsamkeit – Relevanz
- Offenheit
- Aufforderungscharakter:
 - Anwendungsrelevanz
 - Aktueller Bezug
 - Kognitiver Konflikt
 - Bezug zur Wahrnehmungswelt der Schüler
 - Präsentationsform
 - Innermathematische Eigenschaften

Zu: „Authentizität – Bedeutsamkeit – Relevanz“

- Hier geht es um die Frage, wie man **glaubwürdig vermitteln** kann, dass **Mathematik bedeutsam** und **nützlich** ist. Am besten findet man Aufgaben, die aus realen Problemen erwachsen. Reale Probleme sind aber in der Regel „**offen**“, nicht exakt lösbar und beziehen Hintergrundwissen ein.

Zu „Offenheit“

„Geschlossene“ Aufgaben haben

- eindeutigen Zweck
- eindeutigen Rechenweg
- eindeutige Lösung.

Dagegen ist nichts einzuwenden (im Gegenteil: häufig sind diese Eigenschaften ausdrücklich erwünscht!).

Allerdings bemerkt Leuders: „ *Bedenklich wird der Einsatz geschlossener Aufgaben erst, wenn er zum Ausschließlichkeitsprinzip wird und die Unterrichtsmethode dominiert*“ (S. 112).

Offene Aufgaben

Offene Aufgaben sind solche, bei denen

- mehrere Vorgehensweisen/Lösungswege möglich sind (d.h. Thematisierung außerhalb des aktuellen Kontextes). Die Aufgaben lassen Raum für eigene Fragestellungen und Zielsetzungen.
- die Aufgaben zu grundlegenden Überlegungen anregen und womöglich auch Diskussionen entfachen.
- Ihre Lösung soll inhaltliche, qualitative Argumentation erfordern und damit die Auseinandersetzung mit dem Lehrstoff vertiefen.
- Die Schülerinnen und Schüler sollen ermuntert werden, eigene Wege zu finden, diese in eigene Worte zu fassen und dann mit Mitschülerinnen, Mitschülern und der Lehrperson diskutieren.

Offene Aufgabe


Konventionelle Aufgabe:

Elefanten leben in Herden von 20 bis 30 Tieren. Sie erreichen ein Gewicht von bis zu 6t und fressen täglich 150kg pflanzliche Nahrung.

- Berechne das Gewicht einer Elefantenherde!
- Berechne, wieviel pflanzliche Nahrung eine Herde an einem Tag (einen Monat, ein Jahr) benötigt!

„Veränderte Aufgabenkultur des Mathematikunterrichts“

Der afrikanische Elefant



P.E. Parker/Hutchison Library

Afrikanische Elefanten sind die größten Landsäugetiere der Welt.
Es gibt Steppen- und Waldelefanten.
Die Steppenelefanten werden bis zu 3,50 m hoch,
die Waldelefanten erreichen nur etwa $\frac{2}{3}$ dieser Höhe.
Elefanten erreichen ein Gewicht von bis zu 6 Tonnen,
allein die Stoßzähne wiegen bis zu 200 kg.

Sie fressen etwa 150 kg pflanzliche Nahrung und trinken 80 Liter Wasser.
Zwei Drittel des Tages verbringt der Elefant mit Fressen,
nur etwa ein Achtel der Zeit mit Schlafen.

Ein Elefantenbaby ist bei der Geburt etwa 1 m hoch,
wiegt 100 - 150 kg und trinkt jeden Tag 10 - 15 Liter Muttermilch.
Bis zum Alter von 2 Jahren wird es gesäugt.
Elefanten leben in Herden, die 20 - 30 Tiere umfassen können.
In Zoos leben meist 4 - 5 Elefanten zusammen.

Das Adenauer-Denkmal

Offene Aufgabe:
(Typ „Fermi Aufgabe“)



GENERAL-ANZEIGER.
Bonn, 15. 06. 1999

Das Adenauer-Denkmal vom Künstler Hubertus von Pilgrim
FOTO: GA-ARCHIV

Dieses Denkmal steht am Bundeskanzlerplatz in Bonn.
Es zeigt den Kopf von Konrad Adenauer (geb. 15. 01. 1876, gest. 19. 04. 1967), der von 1949 bis 1963 erster Bundeskanzler der Bundesrepublik Deutschland war.

- Wie groß müsste wohl ein entsprechendes Denkmal sein, wenn es „von Kopf bis Fuß“ in demselben Maßstab darstellen soll?

(Quelle: HERGE, LL)

Konventionelle Aufgaben können geöffnet werden, durch:

- Aufgabenstellung außerhalb des aktuellen Kontextes stellen
- Weglassen von Informationen
- Zu viele Informationen bieten
- Umkehrung des üblichen Arbeitsauftrages
- Weglassen des Arbeitsauftrages

Zu: „Aufforderungscharakter“

- Hier geht es Leuders um die Frage was eine „interessante Aufgabe“ ist. Er betont hierbei die Schülerperspektive und bietet folgende Unterpunkte an:
- „Anwendungsrelevanz“ Im Gegensatz zum obigen Punkt „Relevanz“ geht es hier vorrangig um die Schülerwahrnehmung. Bsp. „Wie viel Farbe brauchst du zum Streichen deines Zimmers...“ vs. „Peters Zimmer hat...“
- „Aktueller Bezug“ Viele aktuelle Themen haben einen mehr oder weniger direkten mathematischen Bezug: Bsp. Beweis der Fermatsche Vermutung (Wiles 1994), 2000 war ein Schaltjahr..., Statistiken aus der Tageszeitung etc.pp.

„Aufforderungscharakter“ II

- „Kognitiver Konflikt“ Eine paradoxe Situation reizt die Neugierde. Bsp. „Statistische Unabhängigkeit“ vs. „Gesetz der großen Zahl“, Ziegenproblem, Paradoxien des Unendlichen... Man beachte jedoch: Ein offenes Klassengespräch gelingt nur, wenn das Wahrheitsmonopol des Lehrers nicht vollkommen dominiert („Nun sagen sie schon die richtige Lösung“).
- „Bezug zur Wahrnehmungswelt der Schüler“ Hier geht es Leuders um die berühmt berüchtigte „Schülerorientierung“. Straßenverkehr, Sport, geometrische Objekte im Alltag etc. Diese Fragen scheinen jedoch in den Stichpunkten „Relevanz“, „Anwendungsbezug“ etc. enthalten.
- „Innermathematische Eigenschaften“ „Fundamentalität“, „Ästhetik“ oder ein „unerwarteter Lösungsweg“ können eine Aufgabe „innermathematisch“ interessant machen. Allerdings gibt Leuders zu bedenken, dass hier Lehrer und Schülerwahrnehmung oft auseinander fallen.

Innermathematisch Interessant

- Zwei Geraden können höchstens einen Schnittpunkt haben.
- Drei Geraden höchstens drei.
- Wie sieht es mit 4, 5 oder noch mehr geraden aus?