

Muster (oder Beispiels-) Lösung**Auf. 1**

- a) Der Erwartungswert ist die Summe aus „Ereignis“ (hier: 0, 1, 3€) mal deren Wahrscheinlichkeit (hier: 6/36, 15/36 und 15/36). Daraus folgt:

$$E(X) = 1 \cdot \frac{15}{36} + 2 \cdot \frac{15}{36} = 1,25 \text{ €}. \quad \text{2P}$$

Beachte: $E=np$ ist der Erwartungswert für eine binomialverteilte Zufallsgrößen und keine allg. Definition von E !

- b) Der Erwartungswert gibt den „durchschnittlichen“ Gewinn an. Man erwartet also, bei 100 Spielen im Schnitt 125€ auszahlen zu müssen. **2P**
- c) Wenn bei 1000 Spielen 500€ „Gewinn“ gemacht werden sollen, müssen pro Spiel im Schnitt 0,5€ mehr „reinkommen“ als ausgezahlt werden. Der Einsatz muss also 1,75€ betragen! Ziemlich teuer also für ein Spiel, dass maximal einen 2€ Gewinn verspricht! **4P**

Auf. 2 Der ADAC hat folgende Statistik für Motorradunfälle im Sommer veröffentlicht:

	2005
Mai	3278
Juni	2987
Juli	3003
August	2699

- a) Es kommt im gesamten Zeitraum zu 11967 Unfällen. Bei $p = \frac{1}{122}$ (also bei Zutreffen der Hypothese) erwartet man $\mu = pn = \frac{1}{122} \cdot 11967 \approx 98$ Unfälle

pro Tag. **3P**

- b) Um diesen Wert kommt es natürlich zu einer Streuung. Die Streuung beträgt $\sigma = \sqrt{np(1-p)} = 9,86\dots$ Das ist größer als 3 („Laplace-Bedingung“) – rechtfertigt also das Verfahren mit den z-Werten! Der Annahmehereich der Hypothese liegt also zwischen $\mu - 1,96z (=78,7\dots)$ und $\mu + 1,96z (=117, \dots)$. **3P**
- c) Rechnet man die tägliche Unfallhäufigkeit pro Tag findet man: Mai (3278:31=105,7), Juni (99,5), Juli (96,9) und August (87,1). Die liegen also alle innerhalb des Annahmehereichs der Hypothese. Wir können sie also tatsächlich annehmen! **3P**
- d) Wahre Hypothese verwerfen = „Fehler 1. Art“ (auch α -Fehler genannt)
 Falsche Hypothese annehmen = „Fehler 2. Art“ (auch β -Fehler genannt).
 Unser $\alpha=0,05$ Wert gibt die Wahrscheinlichkeit für einen Fehler 1. Art an, denn auch bei Zutreffen der Hypothese könnten durch seltene Schwankungen die Werte im Ablehnungsbereich liegen! Über einen Fehler 2. Art kann bei dieser Aufgabe keine Aussage getroffen werden! **3P**

Bemerkung zur Lösung: Da die Unfallangaben ganze Monate zusammenfassen, könnte man meinen, dass ebenso gut mit der Wahrscheinlichkeit $p=1/4$ für einen Unfall in einem der Monate gerechnet werden könne ($1/4 \cdot 11967=2991,75$ Unfälle pro

Monat...). Bei dieser Rechnung berücksichtigt man jedoch nicht, dass die Monate unterschiedlich lang sind!

Auf. 3

Es gilt $\sigma = \sqrt{np(1-p)} = \sqrt{\frac{n}{4}} = \frac{\sqrt{n}}{2}$ 4P (für Definition, Einsetzen, Umformen...)

Auf. 4

a) Wir wenden das Kugelfächermodell an! Es handelt sich hier um eine Bernoullikette mit so vielen Stufen (=n) wie Pfeilwürfen und der Wahrscheinlichkeit 1/20, weil es 20 (=f) Möglichkeiten gibt. Für die Anwendbarkeit des Modells ist entscheidend, dass diese Wahrscheinlichkeit sich nicht ändert, d.h. auf allen Stufen konstant bleibt. Aber das ist hier ja gegeben. Die Wahrscheinlichkeit für k Treffer „im selben Fach“ berechnet sich dann als:

$$P(X = k) = \binom{n}{k} \cdot \left(\frac{1}{f}\right)^k \left(1 - \frac{1}{f}\right)^{n-k} \cdot 4P \text{ (für die markierten Stichwörter, denn die Wahl sollte schließlich begründet werden!)$$

b) Es gilt:

$$P(X = 0) = \binom{5}{0} \cdot \left(\frac{1}{20}\right)^0 \left(\frac{19}{20}\right)^5 \approx 0,77 = 77\%$$

$$P(X = 1) = \binom{5}{1} \cdot \left(\frac{1}{20}\right)^1 \left(\frac{19}{20}\right)^4 \approx 0,20 = 20\%$$

$$P(X = 2) = \binom{5}{2} \cdot \left(\frac{1}{20}\right)^2 \left(\frac{19}{20}\right)^3 \approx 0,02 = 2\%$$

je 2P, zusammen also 6P

c) Die Summe der obigen Wahrscheinlichkeiten ergibt 99%, also $P(X > 2) = 1\%$ (bzw. dieser Wert ist recht ungenau gerundet...). Alternativ kann natürlich auch die Summe $P(X=3) + P(X=4) + P(X=5)$ berechnet werden...aber das ist etwas aufwendiger. 2P

Auf. 5

Die folgenden Teilaufgaben beziehen sich auf die untere Abbildung (mit den Vektoren \vec{u} und \vec{v} sowie den Punkten D, E, F und G.

a) Gebe die Koordinatendarstellung der beiden Vektoren \vec{u} und \vec{v} an!

$$\vec{u} = \begin{pmatrix} 3 \\ 2 \end{pmatrix}, \vec{v} = \begin{pmatrix} 2 \\ -2 \end{pmatrix} \quad 2P$$

b) Bestimme die Koordinatendarstellung der Vektoren $\vec{a} = \vec{FD}$ und $\vec{b} = \vec{EF}$.

$$\vec{a} = \begin{pmatrix} -2 \\ 0 \end{pmatrix} \text{ und } \vec{b} = \begin{pmatrix} -1 \\ -2 \end{pmatrix} \quad 2P$$

c) Berechne die Summe $\vec{a} + \vec{b} + \vec{u}$. Welchen speziellen Namen hat dieser Vektor?

$\vec{a} + \vec{b} + \vec{u} = \begin{pmatrix} -2 + (-1) + 3 \\ 0 + (-2) + 2 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \end{pmatrix} = \vec{0}$. Es handelt sich also um den „Nullvektor“! 3P

