

Aufgabe HT 1

Abiturprüfung 2007

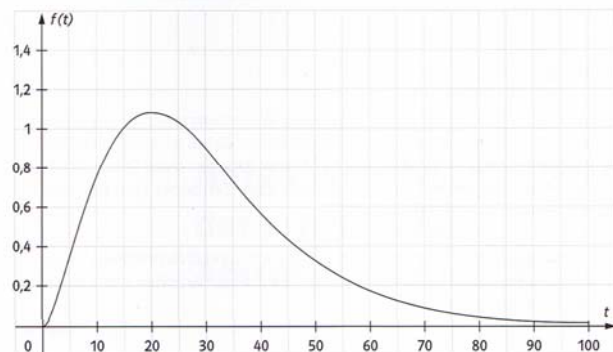
Mathematik, Grundkurs

Aufgabenstellung:

Durch die Funktion f mit $f(t) = 0,02 t^2 \cdot e^{-0,1 \cdot t}$ wird das Wachstum einer Fichte in Abhängigkeit von der Zeit t (gemessen in Jahren) beschrieben. Dabei gibt $f(t)$ nicht die Höhe, sondern die Wachstumsgeschwindigkeit in Metern pro Jahr (zum Zeitpunkt t) an. Der Graph von f ist auf der folgenden Seite dargestellt. Zum Zeitpunkt $t = 0$ hat eine frisch eingepflanzte Fichte eine Höhe von ca. 20 cm.

- a) Berechnen Sie den Funktionswert von f an der Stelle $t = 30$ und interpretieren Sie das Ergebnis im Sachzusammenhang. Beschreiben Sie anhand des Graphen von f , wie sich die Fichte im Laufe der Jahre entwickelt. **(11 Punkte)**
- b) Bestimmen Sie rechnerisch das Alter, in dem die Fichte am stärksten wächst. Geben Sie zudem die größte Wachstumsgeschwindigkeit an. **(11 Punkte)**
- [Es gilt: $f''(t) = 0,0002 \cdot (t^2 - 40t + 200) \cdot e^{-0,1 \cdot t}$. Nachweis nicht erforderlich!]
- c) Begründen Sie anhand des Graphen von f , dass die Fichte nach 20 Jahren weniger als 20 Meter hoch ist. Zeigen Sie, dass durch $F(t) = -0,2 \cdot (t^2 + 20t + 200) \cdot e^{-0,1 \cdot t}$ eine Stammfunktion von f gegeben ist. Berechnen Sie die zu erwartende Höhe der Fichte nach 20 Jahren. **(16 Punkte)**
- d) Begründen Sie durch Eigenschaften der Funktion f , dass F eine Wendestelle hat. **(5 Punkte)**
- e) In einem Lexikon steht, dass bestimmte Fichtenarten bis zu 60 m hoch werden können. Ermitteln Sie, welche Höhe eine Fichte, deren Wachstum durch die Funktion f beschrieben wird, maximal erreichen kann (gerundet auf ganze Meter). **(7 Punkte)**

Fichte (Längenwachstum in Meter/Jahr)

**Aufgabe HT 1**

Abiturprüfung 2007

Mathematik, Grundkurs

Aufgabenstellung:

Durch die Funktion f mit $f(t) = 0,02 t^2 \cdot e^{-0,1 \cdot t}$ wird das Wachstum einer Fichte in Abhängigkeit von der Zeit t (gemessen in Jahren) beschrieben. Dabei gibt $f(t)$ nicht die Höhe, sondern die Wachstumsgeschwindigkeit in Metern pro Jahr (zum Zeitpunkt t) an. Der Graph von f ist auf der folgenden Seite dargestellt. Zum Zeitpunkt $t = 0$ hat eine frisch eingepflanzte Fichte eine Höhe von ca. 20 cm.

- a) Berechnen Sie den Funktionswert von f an der Stelle $t = 30$ und interpretieren Sie das Ergebnis im Sachzusammenhang. Beschreiben Sie anhand des Graphen von f , wie sich die Fichte im Laufe der Jahre entwickelt. **(11 Punkte)**
- b) Bestimmen Sie rechnerisch das Alter, in dem die Fichte am stärksten wächst. Geben Sie zudem die größte Wachstumsgeschwindigkeit an. **(11 Punkte)**
- [Es gilt: $f''(t) = 0,0002 \cdot (t^2 - 40t + 200) \cdot e^{-0,1 \cdot t}$. Nachweis nicht erforderlich!]
- c) Begründen Sie anhand des Graphen von f , dass die Fichte nach 20 Jahren weniger als 20 Meter hoch ist. Zeigen Sie, dass durch $F(t) = -0,2 \cdot (t^2 + 20t + 200) \cdot e^{-0,1 \cdot t}$ eine Stammfunktion von f gegeben ist. Berechnen Sie die zu erwartende Höhe der Fichte nach 20 Jahren. **(16 Punkte)**
- d) Begründen Sie durch Eigenschaften der Funktion f , dass F eine Wendestelle hat. **(5 Punkte)**
- e) In einem Lexikon steht, dass bestimmte Fichtenarten bis zu 60 m hoch werden können. Ermitteln Sie, welche Höhe eine Fichte, deren Wachstum durch die Funktion f beschrieben wird, maximal erreichen kann (gerundet auf ganze Meter). **(7 Punkte)**

Fichte (Längenwachstum in Meter/Jahr)

