

Didaktik der Analysis

WS 2011/12

Oliver Passon

o.passon@psiquadrat.de

Material zur Veranstaltung unter:
www.psiquadrat.de

Was ich ihnen heute erzähle:

- Organisation (Termine, Scheinkriterien)
- Lehrplan und Abituranforderungen in der Analysis
- Bildungswert der Mathematik – didaktischer Rahmen für das Seminar
- Neuere schulpolitische Entwicklungen: Bildungsstandards, Kompetenzorientierung und neue Aufgabenkultur...
- Vortragsthemen des Seminars

Organisatorisches

- Benoteter Schein bei:
 - Anwesenheit
 - Seminarvortrag + schriftliche Ausarbeitung (ca. 5-8 Seiten)
- Termine:
 - Di. 14:15-15:45 in G.14.34
 - Fr. 14:15-15:45 in F.12.11

Analysis in der Oberstufe

In der **Einführungsphase** (G8: 10, G9:11):

Einführung Differentialrechnung (hier: *kein* formaler Grenzwertbegriff und *keine* gesonderte Sequenz zu Folgen und Reihen) Ableitung ganzrationaler Funktionen, Sinus und Kosinus, Extremwerte und Wendepunkte in Sachzusammenhängen.

Im ersten Jahr der **Qualifikationsphase** (G8: 11, G9:12):

A Fortführung der Differentialrechnung

Akzente für den Grundkurs:

Untersuchung von ganzrationalen Funktionen (einschließlich Funktionenscharen) und Exponentialfunktionen einschließlich notwendiger Ableitungsregeln (Produkt- und Kettenregel) in Sachzusammenhängen (Extremwertaufgaben und „Steckbriefaufgaben“)

Akzente für den Leistungskurs:

Untersuchung von ganzrationalen Funktionen, gebrochen-rationalen Funktionen einschließlich Funktionenscharen, Exponentialfunktionen und Logarithmusfunktionen mit Ableitungsregeln (Produktregel, Quotientenregel, Kettenregel) in Sachzusammenhängen

B Integralrechnung

Akzente für den Grundkurs:

Untersuchungen von Wirkungen (Änderungsrate)
Flächenberechnung durch Integration

Akzente für den Leistungskurs:

Untersuchungen von Wirkungen (Änderungsrate)
Integrationsregeln (partielle Integration, Substitution)
Flächenberechnung durch Integration

Quelle:

„Vorgaben zu den unterrichtlichen Voraussetzungen für die schriftlichen Prüfungen im Abitur in der gymnasialen Oberstufe im Jahr 2013“

„Unabhängig von den folgenden Festlegungen für das Abitur 2013 im Fach Mathematik gelten als allgemeiner Rahmen die obligatorischen Vorgaben des Lehrplans Mathematik (...)“

Warum Mathematikunterricht?

- Anwendung vs. „reine“ Mathematik
- Produkt vs. Prozessorientierung
- Bildungswert/Grunderfahrungen
- Konkretisierung für die Analysis



Ein alter Streit:

Anwendungsorientierung vs. Begriffsorientierung

Position 1

Der Mathematikunterricht *sollte*:

- mathematische Intuition entwickeln.
- relevante Anwendungen diskutieren (selbst als „black box“ – CAS).
- Anschaulichkeit anstreben.

Position 2

Der Mathematikunterricht *sollte*:

- begriffliche Zusammenhänge betonen.
- mathematische Strenge und Beweise nicht als lästiges Übel abtun.
- Computersysteme als Chance nutzen, gedankliche Prozesse sichtbar zu machen.

Ein weiterer Streit: Mathematik als Produkt vs. Prozess

M als Produkt heißt:

- Isolierte Probleme mit eindeutiger Lösung
- Vermittlung und Anwendung eines Kalküls
- Arbeiten in einem vorgegebenen Modell
- Ergebnisorientiert
- Fehler als Zeichen mangelhafter „Produktbeherrschung“

→ **Abgeschlossenheit**

M als Prozess heißt:

- Vernetzte Probleme mit vielen Lösungen
- Einsichtige Erarbeitung eines Kalküls
- Realität modellieren
- Prozessorientiert
- Fehler als Anlass für konstruktive Verbesserung

→ **Offenheit**

These: All diese Sichtweisen gehören zu einem gültigen Bild von Mathematik

Guter Mathematikunterricht muss die Balance zwischen „Produkt-“ und „Prozessbild“ sowie „Anwendungs-“ und „Begriffsorientierung“ halten

Grunderfahrungen, die die Mathematik ermöglicht: (nach Winter, 1996) - diese haben Eingang in die Bildungsstandards gefunden

- (G1) Erscheinungen in der Welt auf eine spezifische Art wahrnehmen und verstehen (→ Anwendungen).
- (G2) mathematische Gegenstände als geistige Schöpfungen und eine deduktiv geordnete eigene Welt kennen und begreifen lernen (→ Begriffe, Beweise und Zusammenhänge).
- (G3) In Auseinandersetzung mit Aufgaben Problemlösungsfähigkeiten erwerben, die über die Mathematik hinaus gehen.

Unterrichtliche „Wirklichkeit“

kaum relevante Anwendungen („eingekleidete Aufgaben“)

Bsp.: „*Die Uferlinie eines Sees werde durch ein Polynom 3. Grades beschrieben...*“

Betonung des Kalküls zu Ungunsten des Verstehens

Bsp.: $f(x) = x^n$ $f'(x) = n \cdot x^{n-1}$

→ keine der 3 Grunderfahrungen wird optimal gemacht...

These: Der volle Bildungswert der Mathematik entfaltet sich erst bei einer Integration dieser drei Grunderfahrungen.

Unterrichtliche „Wirklichkeit“ II

- Gerade genug begriffliche Strenge, um das Fach Mathematik abschreckend erscheinen zu lassen (Stichwort: „magisches Verständnis“ von Mathematik)
- Von einer Integration aller Grunderfahrungen kann gar keine Rede sein...
- Zu wenig *interessante* Anwendungen, um Lernprozesse anzuregen...

Angewandte vs. reine Mathematik

M als Produkt vs. M als Prozess

+

Die Aufforderung, *alle* Sichtweisen zu
verbinden!

=

Winters Grunderfahrungen möglich bzw.
Bildungsstandards erfüllt

Was bedeutet das konkret?

- Orientierung an „fundamentalen Ideen“ („Messen“, „Funktion“, ...)
- **Unterschied** von **Idee** und **Anwendung** betonen
- Suche nach „echten“ **Anwendungen**
- **Vernetzung** der **Inhalte** anstreben

Schließlich: Konkretisierung für die Analysis:

Die Differential- und Integralrechnung bietet das Werkzeug zur Modellierung interessanter Realprobleme (G1 und G3)

Die analytischen Begriffe (mittlere \rightarrow lokale Änderung etc.) sind anspruchsvoll und erlauben im Besonderen die Erfahrung G2...

Der ausgeprägte Kalkülaspekt erlaubt die Thematisierung des Spannungsverhältnisses: von „Idee & Bedeutung“ und dem „kalkülhaften Arbeiten“ (Bsp.: Definition der Ableitung und Ableitungsregel!).

Vernetzung zur Wahrscheinlichkeitsrechnung und Koordinatengeometrie nahe liegend...

Die Analysis bietet Zugang/Vertiefung von „fundamentalen Ideen“:

Messen

funktionaler Zusammenhang

Approximation

Optimierung

Schulpolitik: von der Input- zur Outputsteuerung

- **Bildungsstandards:** Seit einiger Zeit beginnt das deutsche Schulsystem, sich immer mehr an den **Ergebnissen** des Lernens zu orientieren. Daher sind die bundesweiten Bildungsstandards auch eine Umschreibung von **Kompetenzen**, die Schülerinnen und Schüler zum Zeitpunkt eines **Abschlusses** besitzen sollen.
- **Kompetenzen:** Kompetenzen sind allgemeine **Bereitschaften** und **Fähigkeiten**, die in variablen Situationen flexibel verfügbar sind. Sie können allgemein formuliert sein (z.B. *Probleme strukturieren*) oder sehr konkret (z.B. *Winkel messen*), sind aber **anders** als kurzfristige Lernziele die Ergebnisse längerer **Lernprozesse** in **unterschiedlichen** Zusammenhängen.
- **Kernlehrpläne:** Kernlehrpläne beschreiben nicht den gesamten Unterricht und seine Ergebnisse (was weder möglich noch sinnvoll ist), sondern legen nur **zentrale** Anforderungen (Kerne) fest. Kernlehrpläne, die in Form von **Output-Standards** formuliert sind, legen für ein Land oder eine Schule fest, welche Kompetenzen Schülerinnen und Schüler zu bestimmten Zeitpunkten besitzen sollen.

Quelle: (Timo Leuders, PH Freiburg)

Kompetenzorientierung1: Prozesskompetenzen



Kommunizieren, Argumentieren



Problemlösen

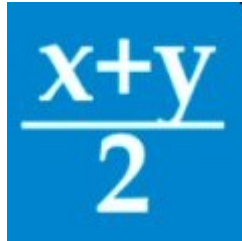


Modellieren



Werkzeuggebrauch und Medien

Kompetenzorientierung2: Inhaltskompetenzen


$$\frac{x+y}{2}$$

Arithmetik und Algebra



Funktionen



Geometrie



Stochastik

Was bedeutet das alles?

- In der SekI sollen beide Kompetenzbereiche gleichberechtigt behandelt werden!
- Die Schulinternen Curricula müssen ausweisen, durch welche Maßnahmen und an welchen Stellen die systematische „Kompetenzförderung“ erfolgt
- Dies benötigt eine **andere** Unterrichtskultur
- Mehr dazu in der **nächsten** Sitzung...

Vorlesungsthemen

- × Didaktischer Rahmen
- × Neue Aufgabenkultur
- × (Voraussetzungen für die Analysis aus der SekI)
- × Fachwissenschaftlicher Hintergrund zu:
 - × Vollständigkeit der reellen Zahlen
 - × Stetigkeit
 - × Grenzwert/Folgen
 - × Differenzierbarkeit
 - × Integrierbarkeit

Literatur

• „Elemente der Linearen Algebra und der Analysis“ (Scheid/Schwarz) Spektrum (2009) oder jedes andere Standardlehrbuch der Analysis...

„Vorlesung zur Methodik und Didaktik der Analysis“ (Knoche/Wippermann), BI (1986).

• „Analysis verständlich unterrichten“ (Danckwerts/Vogel), Spektrum (2006). (→zum Kauf empfohlen)

