

Lageenergie und kinetische Energie

Schon in der Mittelstufe haben wir gesehen: die Kraft, um z. Bsp. etwas anzuheben, kann verringert werden, wenn sie über einen längeren Weg (s) wirkt (Hebel, Flaschenzug, schiefe Ebene). Das Produkt $F \cdot s$ ist konstant! Wir nennen es (bei konstanter Kraft) „Energie“ (bzw. oft auch „mechanische Arbeit“).

Lageenergie

Bewegt man eine Masse im Schwerfeld der Erde **nach oben**, muss die Gewichtskraft $F_g = m \cdot g$ aufgebracht werden (mit $g = 9,81 \frac{m}{s^2}$, dem Ortsfaktor bzw. Erdbeschleunigung). Das Produkt $F_g \cdot h$ nennt man „Lageenergie“ W_L :

$$W_L = m \cdot g \cdot h$$

Diese Beziehung gilt jedoch nur für „kleine“ Abstände von der Erdoberfläche (bzw. genauer: die Beziehung $F_g = mg$ gilt nur in der „Nähe“ der Erdoberfläche. Später werden wir dies genauer untersuchen.).

Was aber genau ist die Höhe h ? Hebe ich einen Körper mit $m = 1kg$ um $h = 1m$, erhöht sich seine Lageenergie (bzw. besser: das Gravitationsfeld der Erde erhöht seine Energie) um $1kg \cdot g \cdot 1m \approx 10J$. Aber man befindet sich vielleicht im 2. Stock und ist bereits $8m$ hoch! Tatsächlich hat der absolute Wert der Lageenergie keine Bedeutung! Physikalisch relevant sind nur Differenzen der Lageenergie. Ein Körper „hat“ also eine Lageenergie nur in Bezug auf und relativ zu eine „Ausgangshöhe“.

Aufgabe: Der Stausee Altenwörth in Niederösterreich hat ein Volumen von 93 Millionen m^3 und eine Seehöhe von 194m. Wieviel Energie ist in ihm gespeichert?

Kinetische Energie

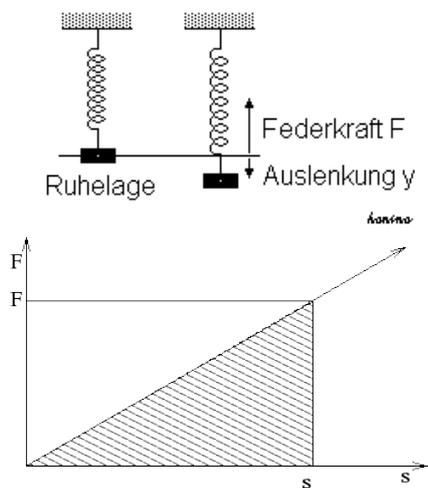
Fällt ein Körper die Strecke s verringert sich seine Lageenergie um $\Delta W_L = mgs$. Die Strecke s hängt aber mit der Fallzeit t über die Gleichung $s = \frac{1}{2}gt^2$ zusammen. Es gilt somit: $\Delta W_L = mg\frac{1}{2}gt^2 = \frac{1}{2}m(gt)^2$. Der Term „ gt “ ist aber gerade die Geschwindigkeit bei dieser gleichmäßig beschleunigten Bewegung, also $\Delta W_L = \frac{1}{2}mv^2$. Man sagt: Die Lageenergie ist in Bewegungsenergie umgewandelt worden. Es gilt allgemein: Ein Körper der Masse m und der Geschwindigkeit v hat die Bewegungsenergie:

$$W_B = \frac{1}{2}mv^2$$

Die Ausdrücke „Bewegungsenergie“ und „kinetische Energie“ bedeuten das Selbe.

Spannenergie

Schon in der Mittelstufe haben wir gesehen: die Kraft, um z. Bsp. etwas anzuheben, kann verringert werden, wenn sie über einen längeren Weg (s) wirkt (Hebel, Flaschenzug, schiefe Ebene). Das Produkt $F \cdot s$ ist konstant! Wir nennen es (bei konstanter Kraft) „Energie“ (bzw. oft auch „mechanische Arbeit“).



Kräfte können auch „Verformungen“ bewirken – etwa bei einer Stahlfeder, einem „Flitzebogen“ etc. Bei sog. „elastischen Verformungen“ kann der Körper seine ursprüngliche Form wieder annehmen. Während der Körper verformt ist, ist also Energie in ihm gespeichert, die er anschließend wieder angeben kann! Diese Energie wollen wir beschreiben: Die Kraft, die für die Verformung aufgewendet werden muss, wird durch das Hookesche Gesetz beschrieben: $F = D \cdot s$. Dabei ist „ D “ die sog. „Federkonstante“ (Einheit: $\frac{N}{m}$).

(Klar: großes D bei harter Feder und umgekehrt.) s bedeutet die **Auslenkung aus der Ruhelage**. Also **nicht** die Länge der Feder! Die notwendige Energie (=„Kraft mal Weg“) kann man nicht so einfach ausrechnen, denn die Kraft ist ja gerade **nicht** konstant, d.h. ändert sich während man zieht ständig!

Die Abbildung links zeigt das Kraft-Weg Diagramm für das Hookesche Gesetz.

Will man „Kraft mal Weg“ rechnen muss man also die mittlere bzw. durchschnittliche Kraft \bar{F} nehmen. Der Zeichnung entnimmt man, dass diese Kraft $\bar{F} = \frac{1}{2} D \cdot s$ ist. Man findet für das Produkt $\bar{F} \cdot s$ also:

$$W_{sp} = \frac{1}{2} D s^2$$

Wird eine Feder mit Federkonstante D um die Strecke s aus ihrer Ruhelage ausgelenkt, ist also die „Spannenergie“ W_{sp} in ihr gespeichert bzw. um dies zu tun, braucht man ebenfalls die Energie W_{sp} .

Energieerhaltungssatz der Mechanik

Die Summe aus Lage-, Spann- und Bewegungsenergie ist bei reibungsfrei verlaufenden **mechanischen Vorgängen** in einem **abgeschlossenen System** konstant:

$$W_L + W_B + W_{Sp} = mgh + \frac{1}{2}mv^2 + \frac{1}{2}Ds^2 = \text{konstant}$$

Eigentlich lautet der Energiesatz der Mechanik nur, dass die Summe aus Lageenergie und Bewegungsenergie erhalten ist (also ohne die „Spannenergie“). Dies kann in der Newtonschen Mechanik sogar mathematisch bewiesen werden (für spezielle Kraftfelder).

Die Beschränkung auf „mechanische“ Vorgänge bedeutet, dass thermische, chemische, elektrische oder magnetische Energieformen keine Rolle spielen. In diesen Fällen ist die Energieerhaltung als Erfahrungssatz immer noch gültig – die obige Gleichung muss dann allerdings um die besagten Terme ergänzt werden. Das gleiche gilt für Reibung! Hier wird die Energieerhaltung ebenfalls nicht verletzt, aber es tritt eine zusätzliche Energieform auf – nämlich die Wärmeenergie!

Aufgabe 1 Betrachte ein schwingendes Pendel. An welchen Stellen der Bewegung liegt welche Energieform vor?

Aufgabe 2 Bei Soft-Air-Pistolen wird die Energie angegeben, mit der die Munition aus der Mündung kommt. Es gibt 3 Hauptkategorien: weniger als 0,08 Joule (ab 3 Jahren frei), von 0,08 bis 0,5 Joule (unsichere Rechtslage) und zwischen 0,5 Joule bis 7,5 Joule (frei ab 18 Jahren). Die Softairmunition wiegt ca. 0,2g.

- a) Berechne, wie hoch man mit einer 0,08J und einer 0,5J Waffe schießen kann!
- b) Berechne die Geschwindigkeit, mit der die Munition die Mündung verlässt!

Aufgabe 3 Beim Stabhochsprung kommen viele Energieformen und ihre „Umwandlung“ vor. Welche sind dies?