CAS, Werkzeuge und Medieneinsatz

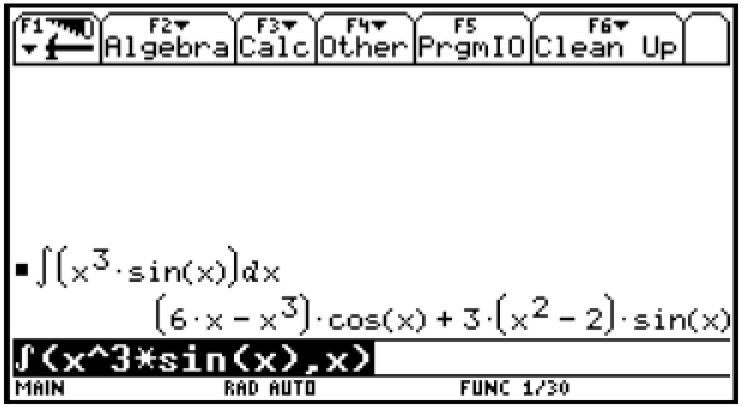
Didaktik der Analysis
Oliver Passon
o.passon@psiquadrat.de

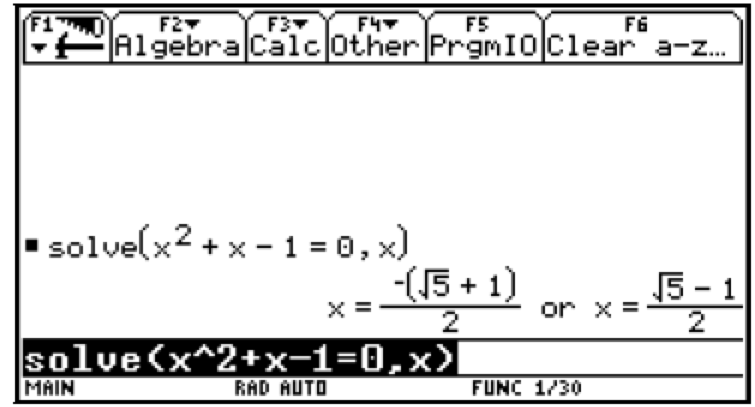
Werkzeuggebrauch

- Der Gebrauch von Werkzeugen ist eine „**Prozesskompetenz**“ im Sinne des Kernlehrplans
  - Geodreieck
  - Zirkel
  - Taschenrechner (CAS, WTR mit oder ohne Grafikfähigkeit)
  - Tabellenkalkulation
  - Dynamische Geometriesoftware
- Ihr Einsatz im Unterricht kann jedoch auch anderen Zwecken dienen (Stichwort: Visualisierung, etc...)

Computeralgebra-Systeme (CAS)

Computeralgebra-Systeme sind Rechenwerkzeuge, die die Ausführung *algebraischer* Rechenkalküle automatisieren. CAS können *Terme vereinfachen,* Funktionen *symbolisch differenzieren* und *integrieren*, Graphen zeichnen, Gleichungen und *Gleichungssysteme lösen,* etc.pp.





<u>These</u> (Herget et al.): „Solche Werkzeuge werden bald ebenso selbstverständlich sein, wie es heute numerische Taschenrechner sind. Damit werden Aufgaben wie „Differenziere $x^3 \sin^2(4x + 5)$ “ ebenso leicht dem technischen Hilfsmittel übertragen werden können, wie dies heute ganz selbstverständlich etwa beim Berechnen von cos(1,3786) oder $\sqrt{5{,}67}$ geschieht.“

Didaktische Fragestellungen im Zusammenhang mit CAS

- Konkreter Einsatz im Unterricht
  - „Einbindung“ in den MU
  - Eigene Sequenz Bedienung?
  - ...
- Dokumentation der Arbeitsschritte
- Format der Übungs- und Prüfungsaufgaben
- Pflege handwerklicher Rechenkompetenzen
- ...

Pflege handwerklicher Rechenkompetenz

- Zweigeteilte Klausuren – ***ohne*** und ***mit*** Technologie
- Genaue Abwägung der notwendigen Rechenfertigkeiten. Das CAS System darf keine *black-box* sein.

(***siehe den Aufsatz:*** „*Welche handwerklichen Rechenkompetenzen sind im CAS-Zeitalter unversichtbar?“* auf psiquadrat.de)

Aufgabenstellung

Im Rahmen eines Schulprojektes führen Schülerinnen und Schüler unterstützt durch die Polizei eine Geschwindigkeitskontrolle durch. Auf einem 6 km langen Stück Landstraße werden jeweils nach 1,2 km, 3,2 km und 5,8 km die Fahrzeiten gemessen. Die Messstrecke beginnt an einem Stoppschild; die zulässige Höchstgeschwindigkeit auf der Landstraße beträgt 100 km/h. Ihre Messergebnisse haben die Schülerinnen und Schüler in der folgenden Tabelle festgehalten:

Messung	am Stoppschild	Messung 1	Messung 2	Messung 3
Zeitpunkt t in Sekunden	0	64	128	232
Zurückgelegter Weg $s(t)$ in m	0	1200	3200	5800

Die Funktion $s: \; t \to s(t)$, $0 \le t \le 232$, beschreibt den zurückgelegten Weg vom Zeitpunkt 0 bis zum Zeitpunkt t.

Die Geschwindigkeit zum Zeitpunkt t ist $v(t)$ und die Beschleunigung zum Zeitpunkt t wird mit $a(t)$ bezeichnet.

Es gilt: $s'(t) = v(t)$ und $v'(t) = a(t)$.

a) Eine Schülergruppe hat die Messergebnisse mit einer Gleichung einer ganzrationalen Funktion dritten Grades s modelliert, die den zurückgelegten Weg in Abhängigkeit von der Zeit beschreibt.

(1) *Bestimmen Sie diese Gleichung.*

[Zur Kontrolle: $s(t) = -\frac{25}{43008} \cdot t^3 + \frac{375}{1792} \cdot t^2 + \frac{325}{42} \cdot t$]

(2) *Skizzieren Sie die Graphen von s, v und a im Intervall* $[0; 232]$. *Erklären Sie den Zusammenhang zwischen den drei Graphen, indem Sie auf besondere Punkte und Abschnitte eingehen.* (12 Punkte)

6. Vorgaben für die Bewertung der Schülerleistungen

6.1 Modelllösungen

Modelllösung a)

(1) Mit dem Ansatz $p(x) := ax^3 + bx^2 + cx + d$ und

solve((p(0)=0) and (p(64)=1200) and (p(128)=3200) and (p(232)=5800), {a, b, c, d})

ergibt sich als Lösung:

$a = (-25)/(43008)$ and $b = (375)/(1792)$ and $c = (325)/(42)$ and $d = 0$.

Für den Funktionsterm folgt:

$$s(t) = -\frac{25}{43008} \cdot t^3 + \frac{375}{1792} \cdot t^2 + \frac{325}{42} \cdot t$$

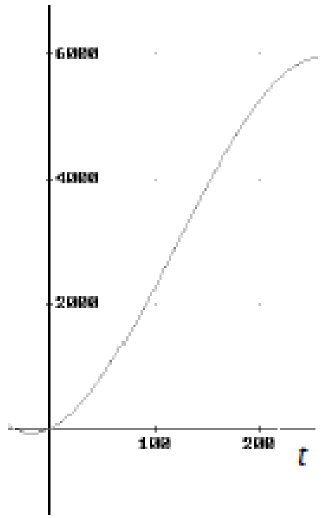


Abb. 1: s

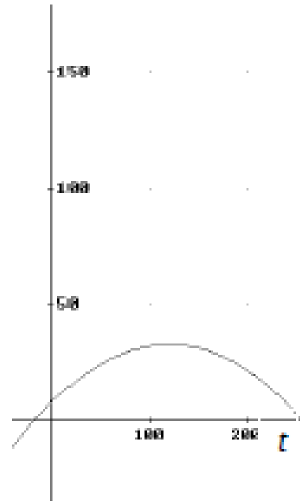


Abb. 2: v

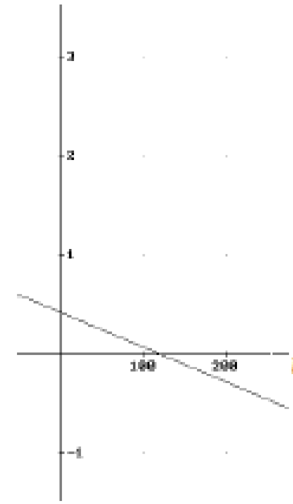


Abb. 3: a

Der Graph von s hat im betrachteten Bereich einen Wendepunkt. Entsprechend weist der Graph von v an dieser Stelle ein Extremum auf, der Graph von a eine Nullstelle. Mit dem Krümmungswechsel von einer Links- zu einer Rechtskurve am Graphen von s muss v ein Maximum besitzen. Der Graph von s wächst zunächst immer schneller, nach dem Wendepunkt dann immer langsamer, so dass der Graph von v im Intervall $[0;232]$ zunächst steigt, dann aber fällt. Der Graph von a muss also vor der Wendestelle im ersten und nach der Wendestelle im vierten Quadranten liegen.

Im Intervall $[0;232]$ ist der Graph von s streng monoton steigend, der Graph von v liegt hier daher vollständig oberhalb der t-Achse.

Provisorisches CAS Fazit

Durch Computeralgebra-Systeme wird vollends deutlich, dass Rechenkompetenz kein Selbstzweck sein kann! Ihre Bedeutung muss in der Hilfestellung bei dem Erwerb höherer Kompetenzen liegen!

Zum Beispiel der Unterricht zu Termumformungen ist bislang ein unnötiges Vorratslernen. Terme sollten behandelt werden, wenn man sie braucht – und sie erwachsen aus konkreten Aufgabenstellungen.

(siehe auch E. Lehmann „Terme im MU“ Schroedel, 1999.)

Teil 2: Praxis

GeoGebra:

freie interaktive Mathematiksoftware (mit dem Schwerpunkt auf Geometrie)

http://www.geogebra.org/cms/de