

Auslastungsmodell

Wir betrachten die Zufallsgröße:

- X = "Anzahl der Personen, die eine bestimmte Ressource (z. Bsp. einen Kopierer) benötigen"
- Im Büro arbeiten 10 Personen
- In der Stunde benötigt jeder Mitarbeiter den Kopierer für 15min ($p = \frac{15}{60} = \frac{1}{4}$ ist die Wahrscheinlichkeit, einen Mitarbeiter anzutreffen, der einen Kopierer braucht...).

Frage: Wie viele Kopierer braucht man, damit „möglichst wenig“ Wartezeit entsteht?

Antwort: Es handelt sich um einen 10-stufigen Bernoulliprozess. Auf jeder Stufe beträgt die Wahrscheinlichkeit $p=1/4$, dass der Kopierer (oder was auch immer...) gebraucht wird.

Die Wahrscheinlichkeit, dass genau k Personen den Kopierer brauchen beträgt also:

$$P(X = k) = \binom{10}{k} \cdot \left(\frac{1}{4}\right)^k \cdot \left(1 - \frac{1}{4}\right)^{10-k}$$

Ob $k=3,4, \dots$ Kopierer reichen, hängt aber nicht davon ab, ob genau k Personen ihn brauchen, sondern ob höchstens k Personen ihn brauchen!

Bsp.: Reichen $k=3$ Kopierer? Dies ist die Frage danach, ob $P(X=0)+P(X=1)+P(X=2)+P(x=3)$ eine ordentlich große Zahl sind!

$$P(X=0)+P(X=1)+P(X=2)+P(x=3) = P(X \leq 3) \text{ „kumulierte Binomialverteilung“}$$

Die Werte dieser (kumulierten) Verteilung sind in Tabellen (Buch ab S. 502) nachzuschlagen! Man muss aber die Werte für n („Stufigkeit“) und p kennen.

Bsp: für $k \leq 5$ hat den Wert lautet der Wert der kumulierten Verteilung 0,980 d.h. nur in 2% der Fälle brauchen mehr als 5 den Kopierer (= entstehen Wartezeiten).

Kumulierte Binomialverteilung für $n=10$								
k	$p=0,1$	$p=\frac{1}{6}$	$p=0,2$	$p=0,25$	$p=0,3$	$p=\frac{1}{3}$	$p=0,4$	$p=0,5$
0	0,349	0,162	0,107	0,056	0,028	0,017	0,006	0,001
1	0,736	0,485	0,376	0,244	0,149	0,104	0,046	0,011
2	0,930	0,775	0,678	0,526	0,383	0,299	0,167	0,055
3	0,987	0,930	0,879	0,776	0,650	0,559	0,382	0,172
4	0,998	0,985	0,967	0,922	0,850	0,787	0,633	0,377
5	1,000	0,998	0,994	0,980	0,953	0,923	0,834	0,623
6	1,000	1,000	0,999	0,996	0,989	0,980	0,945	0,828
7	1,000	1,000	1,000	1,000	0,998	0,997	0,988	0,945
8	1,000	1,000	1,000	1,000	1,000	1,000	0,998	0,989
9	1,000	1,000	1,000	1,000	1,000	1,000	1,000	0,999
10	1,000	1,000	1,000	1,000	1,000	1,000	1,000	1,000

1. Wie wahrscheinlich ist, dass 3 Kopierer reichen, wenn jeder nur 10min pro Stunde kopiert
2. Wie viele Kopierer braucht man, damit bei 30min Kopiererernutzung pro Stunde die Wartewahrscheinlichkeit kleiner als 5% ist?