

Aufgaben zur Gravitation

Auf. 1 Auch der Mond übt, aufgrund seiner Masse von $7,4 \cdot 10^{22}$ kg, noch eine Gravitationskraft auf Körper aus, die sich auf der Erdoberfläche befinden. Damit hängt die Gewichtskraft eines Menschen auch von der Stellung des Mondes ab: sie ist am kleinsten, wenn der Mond genau darüber steht. (Das hängt nicht mit den Mondphasen zusammen, der Mond ist auch da, wenn wir ihn nicht sehen) Um welchen Wert wird die Gewichtskraft eines 75 kg schweren Menschen durch den Einfluss des Mondes kleiner?

Auf. 2 Mit welcher Kraft ziehen sich 2 Schiffe, von denen jedes die Masse von 30 000 Tonnen besitzt, an, wenn sie im Hafen in einem mittleren Abstand von 400 m ankern?

Auf. 3 a) In welchem Abstand zur Erdoberfläche müsste ein Satellit die Erde am Äquator umkreisen, wenn er über einem Punkt der Erdoberfläche stillzustehen scheint?

b) Welche Bahngeschwindigkeit besitzt er auf dieser Bahn?

Auf 4 Begibt man sich in große Höhen, merkt man, dass der Luftdruck recht schnell abnimmt, das Atmen fällt schwerer. Warum aber wird der Luftdruck mit steigender Höhe immer kleiner?

a) Je weiter man nach oben kommt, umso kleiner wird die Erdanziehungskraft. Damit wird die Luft nicht mehr so stark angezogen und der Druck sinkt.

b) Der Druck entsteht durch die Gewichtskraft der darüber liegenden Luftschichten. Je höher man kommt, umso weniger Luft liegt über einem und der Druck sinkt.

Aufgaben zur Gravitation

Auf. 1 Auch der Mond übt, aufgrund seiner Masse von $7,4 \cdot 10^{22}$ kg, noch eine Gravitationskraft auf Körper aus, die sich auf der Erdoberfläche befinden. Damit hängt die Gewichtskraft eines Menschen auch von der Stellung des Mondes ab: sie ist am kleinsten, wenn der Mond genau darüber steht. (Das hängt nicht mit den Mondphasen zusammen, der Mond ist auch da, wenn wir ihn nicht sehen) Um welchen Wert wird die Gewichtskraft eines 75 kg schweren Menschen durch den Einfluss des Mondes kleiner?

Auf. 2 Mit welcher Kraft ziehen sich 2 Schiffe, von denen jedes die Masse von 30 000 Tonnen besitzt, an, wenn sie im Hafen in einem mittleren Abstand von 400 m ankern?

Auf. 3 a) In welchem Abstand zur Erdoberfläche müsste ein Satellit die Erde am Äquator umkreisen, wenn er über einem Punkt der Erdoberfläche stillzustehen scheint?

b) Welche Bahngeschwindigkeit besitzt er auf dieser Bahn?

Auf 4 Begibt man sich in große Höhen, merkt man, dass der Luftdruck recht schnell abnimmt, das Atmen fällt schwerer. Warum aber wird der Luftdruck mit steigender Höhe immer kleiner?

a) Je weiter man nach oben kommt, umso kleiner wird die Erdanziehungskraft. Damit wird die Luft nicht mehr so stark angezogen und der Druck sinkt.

b) Der Druck entsteht durch die Gewichtskraft der darüber liegenden Luftschichten. Je höher man kommt, umso weniger Luft liegt über einem und der Druck sinkt.

Lösungen

Zu Auf. 1:

Konstanten:

$$m_M = 7,35 \cdot 10^{22} \text{ kg}$$
$$r_E = 6371 \cdot 10^3 \text{ m}$$
$$a = 384,4 \cdot 10^6 \text{ m}$$
$$m = 75,0000 \text{ kg}$$

Auf den Menschen wirkt immer die Anziehungskraft der Erde nach unten. Kommt der Mond hinzu, tritt zusätzlich eine Kraft nach oben auf. Die Gesamtkraft ist also:

$$F = F_E - F_M$$

$$F = \gamma \cdot \frac{m \cdot m_E}{r_E^2} - \gamma \cdot \frac{m \cdot m_M}{a^2}$$

$$F = \gamma \cdot m \cdot \left(\frac{m_E}{r_E^2} - \frac{m_M}{a^2} \right)$$

$$F = 6,672 \cdot 10^{-11} \text{ N} \cdot \text{m}^2 \cdot \text{kg}^{-2} \cdot 75 \text{ kg} \cdot \left(\frac{5,97 \cdot 10^{24} \text{ kg}}{(6371 \cdot 10^3 \text{ m})^2} - \frac{7,35 \cdot 10^{22} \text{ kg}}{(384,4 \cdot 10^6 \text{ m})^2} \right)$$

$$F = 735,9951 \text{ N}$$

Ohne die Wirkung des Mondes erhält man eine Anziehungskraft von 735,9976 N.

Die Differenz zwischen den beiden Kräften beträgt 0,0025 N.

Das entspricht einer Masse von ungefähr 0,25 g und wird beim normalen wiegen sicher nicht angezeigt.

Zu Auf. 2:

$$F = \gamma \cdot \frac{m_1 \cdot m_2}{r^2}$$

$$F = 6,672 \cdot 10^{-11} \text{ N} \cdot \text{m}^2 \cdot \text{kg}^{-2} \cdot \frac{(30 \cdot 10^6 \text{ kg})^2}{(400 \text{ m})^2}$$

$$F = 0,38 \text{ N}$$

Zu Auf. 3:

a) Der Satellit befindet sich auf einer geostationären Bahn, das heißt, er hat eine Umlaufzeit von 24 Stunden. Damit steht er immer über demselben Punkt der Erdoberfläche.

Damit der Satellit antriebslos auf dieser Bahn fliegen kann, muss die Radialkraft vollständig von der Gravitationskraft aufgebracht werden. Es gilt also:

Das ist der Abstand des Satelliten vom Erdmittelpunkt. Um den Abstand von der Erdoberfläche zu erhalten, muss der Erdradius abgezogen werden:

$$r = 42,3 \cdot 10^6 \text{ m} - 6,371 \cdot 10^6 \text{ m}$$

$$r = 35,9 \cdot 10^6 \text{ m}$$

$$F_R = F_G$$
$$\frac{m \cdot v^2}{r} = \gamma \cdot \frac{m \cdot M}{r^2}$$
$$v^2 = \gamma \cdot \frac{M}{r}$$

mit $v = \frac{2 \cdot \pi \cdot r}{T}$ wird

$$\frac{4 \cdot \pi^2 \cdot r^2}{T^2} = \gamma \cdot \frac{M}{r}$$
$$r = \sqrt[3]{\frac{\gamma \cdot M \cdot T^2}{4 \cdot \pi^2}}$$
$$r = 42,3 \cdot 10^6 \text{ m}$$

b)

$$v = \frac{2 \cdot \pi \cdot r}{T}$$
$$v = 3 \frac{\text{km}}{\text{s}}$$

Antwort: Der Abstand von der Erdoberfläche beträgt 35 900 km. Der Satellit hat eine Bahngeschwindigkeit von 3 km/s.

Zu Auf. 4:

Die Erdanziehung kann keine Rolle spielen! Selbst in 8km Höhe beträgt sie noch 99,7% des Wertes auf der Erdoberfläche! b) ist richtig (und zudem der Grund für die abnehmende Temperatur in der Höhe, denn die Luft dehnt sich aus und kühlt dadurch ab!).